

Diskretno modeliranje 2013/2014

7. vaje

DINAMIČNO PROGRAMIRANJE

1. Napiši algoritem za iskanje najdaljšega strogo naraščajočega zaporedja, kjer zaporedje tudi vrneš.

Algoritem 1: $\text{maxIncSubseq}(a)$

```
 $D = \{1\};$   
 $\pi = \{-1\};$   
for  $i \leftarrow 1$  to  $\text{dolžina}(a)-1$  do  
     $\text{najvecji} = 0;$   
     $k = -1;$   
    for  $j \leftarrow 0$  to  $i-1$  do  
        if  $a_j < a_i$  and  $D_j > \text{najvecji}$  then  
             $\text{najvecji} = D_j;$   
             $k = j;$   
        end  
    end  
     $D \leftarrow \{D, \text{najvecji} + 1\};$   
     $\pi \leftarrow \{\pi, k\};$   
end  
 $i = \text{indeks največjega elementa v } D;$   
 $k = 0;$   
 $\text{sez} = \{a_i\};$   
while  $\pi_i \neq -1$  do  
     $i = \pi_i;$   
     $\text{sez} \leftarrow \{a_i, \text{sez}\};$   
end  
return  $\text{sez};$ 
```

RAZLAGA: V seznamu D v elementu D_i hranimo največjo dolžina podzaporedja, ki se konča z a_i .

$$D(i) = 1 + \max\{D(j), \text{ kjer je } j < i, a_j < a_i\}$$

Če je maksimum dosežen pri k , potem si to zapomnimo $\pi[i] = k$. Z elementi π lahko rekonstruiramo iskano najdaljše naraščajoče zaporedje. Algoritem uporabimo na primeru zaporedja $a = [3, 4, 7, 5, 2, 6, 8, 4]$. Najdaljše naraščajoče zaporedje je $[3, 4, 5, 6, 8]$, $D = [1, 2, 3, 3, 1, 4, 5, 2]$, $\pi = [-1, 0, 1, 1, -1, 3, 5, 0]$. Najdaljše podzaporedje je tako dolžine 5. Konča se z 8, predzadnji element je $a[\pi[5]]$, predpredzadnji je $a[\pi[\pi[5]]]$, ...

2. Napiši algoritem za iskanje strnjene podzaporedja z največjo vsoto, ki vrne vsoto tega podzaporedja. Uporabi ga na primeru zaporedja $[2, -3, 3, 1, -3, 7, -5, 4, 1]$. Rešitev je 8.

Algoritem 2: $\text{maxSubSum}(a)$

```
 $\ell \leftarrow \{a_0\};$   
for  $i \leftarrow 1$  to  $\text{len}(a)-1$  do  
  | if  $\ell_{i-1} \leq 0$  then  
  |   |  $\ell_i \leftarrow a_i;$   
  |   else  
  |   |  $\ell_i \leftarrow a_i + \ell_{i-1};$   
  |   end  
end  
return  $\max(\ell);$ 
```

RAZLAGA: V seznamu ℓ v elementu ℓ_i hranimo največjo vsoto členov strnjene podzaporedja, ki se konča z a_i .

$$\ell_0 = a_0, \quad \ell_i = \max(a_i, \ell_{i-1})$$

3. Napiši algoritem za iskanje strnjene podzaporedja z največjo vsoto, ki vrne iskano podzaporedje. Uporabi ga na primeru zaporedja $[2, -3, 3, 1, -3, 7, -5, 4, 1]$. Rešitev je $[3, 1, -3, 7]$.

Algoritem 3: $\text{maxSub}(a)$

```
 $\ell \leftarrow \{a_0\};$   
 $\pi \leftarrow \{0\};$   
for  $i \leftarrow 1$  to  $\text{dolžina}(a)-1$  do  
  | if  $\ell_{i-1} \leq 0$  then  
  |   |  $\ell_i \leftarrow a_i;$   
  |   |  $\pi_i \leftarrow i;$   
  |   else  
  |   |  $\ell_i \leftarrow a_i + \ell_{i-1};$   
  |   |  $\pi_i \leftarrow \pi_{i-1};$   
  |   end  
end  
 $\text{konec} \leftarrow$  pozicija, kjer je dosežen maksimum v  $\ell;$   
 $\text{zacetek} \leftarrow \pi(\text{konec});$   
return  $a[\text{zacetek} : \text{konec} + 1]$ 
```

RAZLAGA: V seznamu π v elementu $\pi[i]$ hranimo indeks prvega elementa podzaporedja, ki vrne vsoto $\ell[i]$.