

1. kolokvij iz linearne algebre za praktično matematiko

29. 11. 2007

1. Ugotovi, ali je vektor \vec{c} linearna kombinacija vektorjev \vec{a} in \vec{b} , če je

(a) (12) $\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ in $\vec{c} = \begin{bmatrix} 28 \\ 3 \end{bmatrix}$

(b) (13) $\vec{a} = \begin{bmatrix} \pi \\ -\pi \end{bmatrix}$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ in $\vec{c} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$.

2. (25) Vektorja $3\vec{a} + 2\vec{b}$ in $-4\vec{a} + 5\vec{b}$ napenjata paralelogram s ploščino 46. Kolikšna je ploščina paralelograma, napetega na vektorja \vec{a} in \vec{b} ?

3. (25) Dani sta točka $A(4, 1, 4)$ in premica $p : \frac{x-1}{2} = y + 1 = \frac{z-2}{3}$. Poišči premico q , ki je pravokotna na p in vsebuje A .

4. (a)(10) Dani sta točki $A(5, 3, -3)$ in $B(-3, -1, 5)$. Poišči enačbo množice vseh točk, ki so enako oddaljene od točk A in B .

(b)(15) Dan je trikotnik z oglišči $A(5, 3, -3)$, $B(-3, -1, 5)$ in $C(3, 5, 5)$. Poišči enačbo množice vseh točk, ki so enako oddaljene od vseh oglišč.

(c)(10) Bonus naloga. Poišči središče očrtanega kroga gornjega trikotnika.

Rešitve.

1. (a) Vektorja \vec{a} in \vec{b} sta nevzporedna, torej sta baza. Zato je vsak vektor mogoče zapisati kot linearno kombinacijo teh dveh.

(b) Vektorja \vec{a} in \vec{b} sta vzporedna, vektor \vec{c} pa ni vzporeden \vec{a} , zato \vec{c} ni linearna kombinacija \vec{a} in \vec{b} .

2. Ploščina je 2.

3. Enačba premice je $q : x - 4 = y - 1 = 4 - z$.

4. (a) Množica točk je ravnina z enačbo $2x + y - 2z = 1$.

(b) Množica točk je presek ravnin $2x + y - 2z = 1$ in $x - y - 4z = -4$ (točke, ki so enako oddaljene od točk A in C). Rezultat je premica z enačbo $x + 1 = 3 - y = 2z$.

(c) Središče očrtanega kroga je množica vseh točk, ki so hkrati enako oddaljene od vseh oglišč trikotnika in ležijo v ravnini trikotnika. Ravnina trikotnika je dana z enačbo $-2x + 2y - z = -1$. Presek s premico iz točke (b) pa je točka $(1, 1, 1)$ (to je središče očrtanega kroga).