2. kolokvij iz LINEARNE ALGEBRE

10. december 1998

1. Poišči vse rešitve sistema linearnih enačb:

$$\begin{aligned} x - 2z - t &= -1 \\ -x + y + 3z &= 1 \\ x + y - z - t &= 1 \\ 2x + 2y - 2z - 3t &= 0 \end{aligned}$$

2. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

(a) Izračunaj A^{-1}.
(b) Poišči tako matriko X, da je $XA = A^T$.

3. Poišči vsa taka realna števila x, za katera je determinanta

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & x & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

enaka 0.

4. Za poljubno matriko

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

je *sled* matrike A definirana s predpisom

$$\mathrm{sl}A = a_{11} + a_{22} + a_{33}.$$

(Npr. $\mathrm{sl}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} = 1 + 5 + 9 = 15$.)
Naj bosta A in B poljubni kvadratni matriki reda 3. Pokaži, da ima sled naslednje lastnosti:
(a) $\mathrm{sl}(A + B) = \mathrm{sl}A + \mathrm{sl}B$,
(b) $\mathrm{sl}(\alpha A) = \alpha\, \mathrm{sl}A$, za poljuben $\alpha \in \mathbb{R}$,
(c) $\mathrm{sl}(AB) = \mathrm{sl}(BA)$.