

3. kolokvij iz LINEARNE ALGEBRE

3. april 2001

1. V prostoru $\mathbb{R}_3[x]$ polinomov stopnje največ 3 je dana množica

$$V = \{p \in \mathbb{R}_3[x]; p''(1) = p'(1), p(1) = 0\}.$$

Pokaži, da je V vektorski podprostor v $\mathbb{R}_3[x]$. Poišči njegovo bazo in dimenzijo.

2. V prostoru \mathbb{R}^4 sta dana podprostora U in V . Prostor U ima bazo

$$\mathcal{B}_1 = \{(1, 1, -1, 1), (1, -1, 0, 0)\},$$

prostor V pa bazo

$$\mathcal{B}_2 = \{(1, 0, 1, 2), (2, 0, -1, 1)\}.$$

Poišči bazi podprostorov $U \cap V$ in $U + V$.

3. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

in linearna preslikava $T : \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$

$$T(X) = AX - XA.$$

Poišči matriko preslikave T v bazi

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}.$$

Poišči bazo jedra preslikave T .

4. V prostoru $\mathbb{R}_2[x]$ so dani polinomi

$$p_1(x) = x + 1, \quad p_2(x) = x^2 + x, \quad p_3(x) = x^2 + x + 1.$$

Poišči prehodno matriko iz baze $\mathcal{B} = \{p_1, p_2, p_3\}$ na standardno bazo $\mathcal{S} = \{x^2, x, 1\}$. Za linearno preslikavo $A : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ velja

$$Ap_1 = p_2 + p_3, \quad Ap_2 = p_2, \quad Ap_3 = p_1.$$

Poišči njeno matriko v bazi \mathcal{B} in matriko v bazi \mathcal{S} .