Testni kolokvij iz LINEARNE ALGEBRE
16. 3. 1999

1. V prostoru $\mathbb{R}_3[x]$ polinomov stonje največ 3 sta dana podprostora

$$U = \mathcal{L}\{x^3 - x - 1, x^2 + x + 1, x^3 - x^2 - 2x - 2\},$$

$$V = \{p(x) = ax^3 + bx^2 + bx - a; a, b \in \mathbb{R}\}.$$

Poišči baze podprostorov $U, V, U + V$ in $U \cap V$.

2. Dani so vektorji

$$x_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \; x_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3, \quad y_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \; y_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4.$$

Naj bo $\mathcal{M}$ množica vseh preslikav $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$, za katere velja

$$Ax_1 = y_1, \quad Ax_2 = y_2.$$

(a) Ali obstaja v $\mathcal{M}$ kakšna linearna preslikava?
(b) Ali obstaja v $\mathcal{M}$ kakšna surjektivna linearna preslikava?
(c) Ali obstaja v $\mathcal{M}$ kakšna injektivna linearna preslikava?
Odgovore utemelji.

3. Linearna preslikava $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ ima v bazi

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

matriko

$$A_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Poišči njeno matriko v standardni bazi prostora $\mathbb{R}^3$.

4. Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \; , \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

in linearna preslikava $F : \mathbb{R}^{2,2} \to \mathbb{R}^{2,2}$

$$F(X) = AX - XB.$$

Poišči matriko preslikave F v bazi

$$\left\{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right\}.$$

Določi jedro F.