

4. kolokvij iz LINEARNE ALGEBRE

27. 5. 1998

1. V prostoru $\mathbb{R}_2[x]$ polinomov stopnje največ 2 je dan skalarni produkt

$$\langle p, q \rangle = p(-1)q(-1) + p(0)q(0) + 3p(1)q(1).$$

Poišči kakšno ortonormirano bazo podprostora

$$V = \{p \in \mathbb{R}_2[x]; p(1) = p'(-1)\}.$$

2. Dana je matrika

$$A = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & -2i & 2 \\ 2i & -1 & 2i \\ 2 & -2i & -1 \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{3,3}.$$

Ugotovi, ali je sebi adjungirana, ali je unitarna, ali je normalna.

3. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Poišči njen karakteristični in minimalni polinom. Poišči ortonormirano bazo prostora \mathbb{R}^3 , sestavljeno iz lastnih vektorjev matrike A . Pokaži, da je $A^{-1} = \frac{1}{3}(A - 2I)$.

4. V prostoru \mathbb{R}^2 je dan skalarni produkt

$$\left\langle \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \right\rangle = 2x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_2.$$

Poišči matriko preslikave A^* v standardni bazi, če ima preslikava A v standardni bazi matriko

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$