

6. kolokvij iz LINEARNE ALGEBRE

20. maj 1999

Vpisna številka:

Ime in priimek:

1. V prostoru \mathbb{R}^3 z običajnim skalarnim produktom je dan podprostor

$$W = \mathcal{L} \left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}.$$

Poišči ortonormirano bazo prostora W . Poišči pravokotno projekcijo vektorja $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ na podprostor W .

2. Dana je matrika

$$A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 0 & -\sqrt{3} \\ 0 & 2 & 0 \\ \sqrt{3} & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Pokaži, da predstavlja rotacijo. Izračunaj os in kot rotacije.

3. Izračunaj lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$A = \begin{bmatrix} i & i \\ 0 & -i \end{bmatrix}.$$

Pokaži, da sta lastna vektorja pravokotna v skalarnem produktu

$$\left\langle \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \right\rangle = 2x_1\bar{y}_1 + x_1\bar{y}_2 + x_2\bar{y}_1 + x_2\bar{y}_2.$$

Ali je matrika A v tem skalarnem produktu normalna, ali je sebi-adjungirana, ali je unitarna?

4. V prostoru $\mathbb{R}_2[x]$ polinomov stopnje največ 2 je dan skalarni produkt

$$\langle p, q \rangle = p(0)q(0) + p(1)q(1) + p(-1)q(-1).$$

Naj bo $A : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ linearna preslikava dana s predpisom

$$(Ap)(x) = p'(x) .$$

Določi $A^*(x^2 - 1)$.