6. kolokvij iz LINEARNE ALGEBRE

25. maj 2000

Vpisna številka: Ime in priimek:
Vrsta: Sedež:

1. V prostoru $\mathbb{R}_3[x]$ polinomov stopnje največ 3 je dan skalarni produkt

$$\langle p, q\rangle = p(0)q(0) + \int_0^1 p'(x)q'(x)dx.$$

Poišči kako ortonormirano bazo podprostora

$$V = \{p \in \mathbb{R}_3[x]; p(x) = ax + bx^3,\ a, b \in \mathbb{R}\}.$$

2. Naj bo $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ sebi adjungirana linearna preslikava, ki ima lastno vrednost -2. Za vsak vektor u, ki leži na ravnini $x+z = 0$ velja $Au = 2u$. Poišči njeno matriko v standardni bazi prostora $\mathbb{R}^3$.

3. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -i \\ 0 & i & 3 \end{bmatrix} \in^{3,3} .$$

Ugotovi, ali je sebi adjungirana, ali je unitarna, ali je pozitivno definitna. Odgovore utemelji.

4. V prostoru $\mathbb{R}^2$ je dan skalarni produkt

$$\langle \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \rangle = 3x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_2.$$

Naj bo $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ linearna preslikava, ki ima v standardni bazi matriko

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Izračunaj

$$A^* \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$