

POSKUSNI KOLOKVIJ IZ LINEARNE ALGEBRE

16. MAJ 2006

1. Diagonaliziraj matriko

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

in izračunaj  $p(A)$ , kjer je  $p$  polinom  $p(x) = 1 + x^{100}$ .

2. Izračunaj karakteristični in minimalni polinom matrike

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

3. V prostoru  $\mathbb{R}_2[x]$  polinomov stopnje največ 2 opremljenim s skalarnim produktom

$$\langle p, q \rangle = p(0)q(0) + p(1)q(1) + p(-1)q(-1)$$

sta dana podprostor  $V$  in polinom  $p$

$$V = \mathcal{L}in\{x^2 - 1, x - 1\}, \quad p(x) = x^2.$$

Poišči ortonormirano bazo za  $V$  in izračunaj pravokotno projekcijo polinoma  $p$  na podprostor  $V$ .

4. Prostor  $\mathbb{R}^2$  opremimo s skalarnim produktom

$$\left\langle \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \right\rangle = 3x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_2.$$

Naj linearni preslikavi  $\mathcal{A}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  v standardni bazi pripada matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Poišči matriko preslikave  $\mathcal{A}^*$  v standardni bazi prostora  $\mathbb{R}^2$ .

5. Sebi adjungirana linearna preslikava  $\mathcal{A}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  ima dvojno lastno vrednost 2 in velja

$$\mathcal{A} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Poišči njeno matriko v standardni bazi prostora  $\mathbb{R}^3$ .

6. Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2i & i & -2i \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{3,3}.$$

Ali je matrika  $A$  sebi adjungirana, ali je unitarna, ali je normalna?