

17.1. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Poišči njej podobno zgornje trikotno matriko in prehodno matriko.

17.2. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Poišči njej podobno zgornje trikotno matriko in prehodno matriko.

17.3. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Poišči njej podobno zgornje trikotno matriko in prehodno matriko.

17.4. Izračunaj lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$C = \begin{bmatrix} i & 0 \\ i & -i \end{bmatrix}.$$

17.5. Matrika

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & a \\ 0 & b & 0 \\ -1 & c & -1 \end{bmatrix}$$

ima dvojno lastno vrednost 1. Lastni podprostor pri tej lastni vrednosti je napet na vektorja

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Določi števila a, b in c . Poišči tretjo lastno vrednost in lastni vektor.

17.6. Matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ a & 4 & 0 \\ 0 & b & c \end{bmatrix}.$$

ima lastne vrednosti 1, 2 in 3. Lastni vektor pri lastni vrednosti 2 je

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Določi števila a, b in c .

17.7. Pokaži, da je matrika

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

podobna matriki

$$C = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Poišči bazo B , v kateri velja $A_B = C$

17.8. Pokaži, da je matrika

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 4 \\ -2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

podobna matriki

$$C = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}.$$

Poišči bazo B , v kateri velja $A_B = C$

Rešitve:

$$17.1. B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$17.2. B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$17.3. B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$17.4. \lambda_1 = i, \lambda_2 = -i, v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$17.5. a = 2, b = 1, c = 1, \lambda_3 = 0, v_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$17.6. a = 1, b = -1, c = 1$$

$$17.7. B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

$$17.8. \mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$