

7.1 Izračunaj inverze naslednjih matrik:

$$(a) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(b) B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(c) C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & -4 \end{bmatrix}$$

$$(d) D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(e) E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

7.2 Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 6 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Izračunaj matriki  $6A^{-1} + A^2$  ter  $4B^{-1} + B^T$ .

7.3 Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Določi vse matrike  $X \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ , za katere velja

$$AX - XB = 5A.$$

7.4 Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

(a) Izračunaj  $A^{-1}$ .

(b) Poišči tako matriko  $X$ , da je  $XA = A^T$ .

7.5 Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Poišči matriko  $X \in \mathbb{R}^{2,2}$ , ki reši enačbo

$$AXA^T = A^T A.$$

7.6 Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 4 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Reši matrično enačbo

$$AX + BX = B - I.$$

7.7 Dane so matrike

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Reši enačbo

$$XA + XB - C = I.$$

7.8 Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Poišči matriko  $X$ , ki zadošča enačbi

$$A - X = XA.$$

7.9 Dana je matrika  $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . Reši matrično enačbo

$$AX + 2X = A + I$$

7.10 Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Reši enačbo

$$AX(I + B) = B + A - I.$$

Rešitve:

$$7.1 \quad (a) \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 1 \\ -2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(b) \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(c) \quad C^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(d) \quad D^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(e) \quad E^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$7.2 \quad 6A^{-1} + A^2 = 7I, \quad 4B^{-1} + B^T = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 & 3 & -1 \\ 3 & 1 & -1 & -1 & -3 \\ 3 & -3 & 3 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -3 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & -1 & -3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$7.3 \quad X = \begin{bmatrix} 11 & -4 \\ -9 & 6 \end{bmatrix}$$

$$7.4 \quad (a) \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(b) \quad X = A^T A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 4 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$7.5 \quad X = A^{-1} A^T A (A^{-1})^T = \begin{bmatrix} 13 & -21 \\ -21 & 34 \end{bmatrix}$$

$$7.6 \quad X = (A + B)^{-1} (B - I) = \begin{bmatrix} -10 & 0 & 2 \\ 5 & -1 & -3 \\ 7 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$7.7 \quad X = (I + C)(A + B)^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$7.8 \quad X = A(A + I)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$7.9 \quad X = (A + 2I)^{-1}(A + I) = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$7.10 \quad X = A^{-1}(B + A - I)(I + B)^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$