

14.1. Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ali je matrika A podobna kakšni diagonalni matriki? Kateri? Poišči še prehodno matriko.

14.2. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Poišči njene lastne vrednosti in pripadajoče lastne vektorje. Ali je matrika A podobna kakšni diagonalni matriki? Kateri? Poišči še prehodno matriko.

14.3. Izračunaj lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ali je matrika A podobna kakšni diagonalni matriki? Kateri? Poišči še prehodno matriko.

14.4. Za katere vrednosti $a \in \mathbb{R}$ ima matrika

$$A = \begin{bmatrix} 2 & a \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

realne lastne vrednosti? Za $a = -2$ poišči še lastne vektorje.

14.5. Poišči lastne vrednosti matrike

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

ter njihove geometrične večkratnosti. Ali je matrika A podobna kakšni diagonalni matriki? Kateri? Poišči še prehodno matriko.

14.6. Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 3 & -4 & 3 \\ 6 & -6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Določi geometrične večkratnosti lastnih vrednosti. Ali je matrika A podobna kakšni diagonalni matriki? Kateri? Poišči še prehodno matriko.

Rešitve:

$$14.1. \lambda_1 = 0, \lambda_2 = 4, \quad v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix},$$

$$\text{da, } D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

$$14.2. \lambda_{1,2} = 1, \lambda_3 = 0, \quad v_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\text{da, } D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$14.3. \lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = -1, \quad v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\text{da, } D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$14.4. a \leq \frac{1}{4}, \lambda_1 = 0, \lambda_2 = 3, \quad v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

$$14.5. \lambda_{1,2} = -1, \lambda_3 = 8, \quad g(-1) = 2, \quad g(8) = 1,$$

$$\text{da, } D = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$14.6. \lambda_{1,2} = -1, \lambda_3 = 2, \quad v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix},$$

$$g(-1) = 2, \quad g(2) = 1,$$

$$\text{da, } D = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$