12.1. Naj bo linearna preslikava $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dana s predpisom

$$\mathcal{A}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x - y + z \\ x - y - 2z \\ -2x - 3z \end{bmatrix}.$$

Poišči njeno matriko v standardni bazi prosrora $\mathbb{R}^3$.

12.2. Linearna preslikava $\mathcal{A} : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ ima v standardnih bazah matriko

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Poišči kaki bazi za jedro in sliko preslikave $\mathcal{A}$.

12.3. Dana sta vektorja $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Naj bo $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ linearna preslikava dana s predpisom

$$\mathcal{A}\vec{x} = \langle \vec{x}, \vec{a} \rangle \vec{b} + 2\langle \vec{x}, \vec{b} \rangle \vec{a}.$$

Poišči matriko za $\mathcal{A}$ v standardni bazi prostora $\mathbb{R}^3$.

12.4. Dan je vektor $\vec{a} \in \mathbb{R}^3$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Naj bo linearna preslikava $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dana s predpisom

$$\mathcal{A}\vec{x} = \langle \vec{x}, \vec{a} \rangle \vec{a}.$$

Poišči matriko za $\mathcal{A}$ v standardni bazi prostora $\mathbb{R}^3$.

12.5. Dana je linearna preslikava $\mathcal{A} : \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}_3[x]$

$$(\mathcal{A}p)(x) = (x^2 - 2)\Big(p'(x) + xp(-1)\Big).$$

Poišči njeno matriko v bazah $B_1 = \{x^2, x, 1\}$ za $\mathbb{R}_2[x]$ in $B_2 = \{x^3, x^2, x, 1\}$ za $\mathbb{R}_3[x]$.

12.6. Linearna preslikava $\mathcal{A} : \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}_2[x]$ je podana s predpisom

$$\mathcal{A}(p(x)) = (x^2 - x)p''(x) + (2x - 1)p'(x)$$

Poišči matriko, ki pripada $\mathcal{A}$ v bazi $\{x^2, x, 1\}$.

12.7. Dana je linearna preslikava $\mathcal{A} : \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}_2[x]$

$$(\mathcal{A}p)(x) = (x-2)(p'(x) + xp(1)).$$

Poišči njeno matriko v bazi $\{x^2, x, 1\}$.

12.8. Pokaži, da je preslikava $\mathcal{T} : \mathbb{R}^{2,2} \to \mathbb{R}^{2,2}$ podana s predpisom

$$\mathcal{T}(X) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} X$$

linearna. Poišči matriko, ki pripada $\mathcal{T}$ v bazi

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}.$$

12.9. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

in linearna preslikava $\mathcal{T} : \mathbb{R}^{2,2} \to \mathbb{R}^{2,2}$

$$\mathcal{T}(X) = AX - XA.$$

Poišči matriko preslikave $\mathcal{T}$ v bazi

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}.$$

Rešitve:

12.1. $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

12.2. baza Ker $\mathcal{A} = \left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$, baza Im $\mathcal{A} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$.

12.3. $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

12.4. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

12.5. $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -6 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

12.6. $A = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ -4 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

12.7. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -6 & -1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

12.8. $T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

12.9. $T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$