

4.1. Poišči enačbo ravnine, ki gre skozi točke $A(3, 1, -2)$, $B(3, -1, 1)$ in $C(1, 2, 3)$.

4.2. Poišči točko, ki je presek premice

$$p: x - 1 = \frac{y - 3}{-2} = \frac{z}{2}$$

in ravnine

$$\Sigma: x + y - z = 1 .$$

4.3. Poišči točko, ki je presek ravnin

$$x - y + z = 0 ,$$

$$2x + y - z = 3 ,$$

$$-x + 2y + z = 4 .$$

4.4. V \mathbb{R}^3 sta dani premici

$$p: x - 1 = y - 2 = z$$

in

$$q: \frac{x - 2}{-1} = \frac{y - 3}{2} = \frac{z - 1}{3} .$$

Pokaži, da se premici sekata in zapiši enačbo ravnine, ki ju vsebuje.

4.5. V \mathbb{R}^3 sta dani premici

$$p: \frac{x - 1}{2} = \frac{y - 3}{2} = z - 1$$

in

$$q: x + 2 = \frac{y - 3}{-2} = \frac{z + 2}{2} .$$

Določi njuno presečišče P in zapiši enačbo premice, ki poteka skozi P in je pravokotna na p in q .

4.6. Naj bosta Π in Σ ravnini z enačbama

$$\Pi: 2x + y = 4 \quad \text{in} \quad \Sigma: x + y - 3z = 6$$

in naj bo premica p njun presek. Poišči smerni vektor premice p in ugotovi ali je premica p vzporedna ravnini z enačbo

$$x - z = 2 .$$

4.7. Poišči enačbo premice, ki je presek ravnin z enačbama

$$2x - y = 4 \quad \text{in} \quad x + 2y - 3z = 6 .$$

4.8. Izračunaj razdaljo med premicama

$$p : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = z$$

in

$$q : x-2 = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}.$$

4.9. V \mathbb{R}^3 sta dani premica

$$p : \frac{x}{-3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{2}$$

in ravnina

$$\Sigma : 2x - y + 2z = 2.$$

Pokaži, da sta p in Σ vzporedni in izračunaj razdaljo med njima.

4.10. V prostoru so dane 4 točke $A(1, 2, 1)$, $B(2, 3, 3)$, $C(4, 3, 4)$ in $D(3, 2, 2)$.

(i) Pokaži, da A, B, C in D ležijo na skupni ravnini in določi njeno enačbo.

(ii) Pokaži, da A, B, C in D napenjajo paralelogram.

4.11. Prezrcali točko $A(-1, 3, 0)$ preko ravnine z enačbo

$$2x - y + z = 7.$$

4.12. Točko $T(1, 1, 1)$ prezrcali čez premico p

$$\frac{x}{2} = y - 3 = \frac{z}{2}.$$

4.13. Piramida ima oglišča $A(3, 1, 1)$, $B(1, 3, 4)$, $C(-1, -1, 1)$ in $D(3, -2, 7)$. Označimo s T nožišče višine iz točke D . Določi koordinate točke T . Nasvet: Poišči (pravokotno) projekcijo točke D na ravnino, ki je določena s točkami A, B in C .

4.14. Poišči pravokotno projekcijo premice z enačbo

$$\frac{x-5}{4} = \frac{y-4}{1} = \frac{z}{-1}$$

na ravnino $x + y + z = 0$.

4.15. Premico p

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1}, z = 0$$

prezrcali čez ravnino Π

$$2x + y = 0.$$

- 4.16. Naj bo p premica skozi točko $A(2, 1, 0)$ in s smernim vektorjem $\vec{s} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Zapiši vektor

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

kot vsoto dveh vektorjev, od katerih je eden vzporeden s premico p , drugi pa je pravokoten nanjo.

- 4.17. Poišči enačbo premice, ki gre skozi točko $A(1, 2, -1)$ in seka premico z enačbo

$$x - 4 = \frac{y - 6}{4} = \frac{z}{-1}$$

pod pravim kotom.

- 4.18. Na premici

$$p = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}; t \in \mathbb{R} \right\}$$

poišči točki, ki sta od ravnine

$$\Sigma: 2x + y - 2z = 2$$

oddaljeni za 1.

- 4.19. Dana je premica

$$p: \frac{x+1}{2} = y+2 = \frac{z-1}{-2} .$$

Določi enačbo premice q , ki seka p pod pravim kotom in gre skozi točko $A(2, 1, 1)$.

- 4.20. Na premici p , ki je presek ravnin Π in Σ

$$\Pi: 2x - y = 2, \quad \Sigma: x - y - z = 1$$

poišči točko, ki je enako oddaljena od točk $A(4, 1, 1)$ in $B(2, 1, 1)$.

Rešitve:

4.1. $13x + 6y + 4z = 37$

4.2. $A(2, 1, 2)$

4.3. $A(1, 2, 1)$

4.4. $x - 4y + 3z = -7$

4.5. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-2}$

4.6. $\begin{bmatrix} -3 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$

4.7. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{6} = \frac{z+3}{5}$

4.8. $\frac{2}{3}$

4.9. $\frac{5}{3}$

4.10. $x + 3y - 2z = 5$

4.11. $A'(7, -1, 4)$

4.12. $T'(-\frac{1}{9}, \frac{49}{9}, -\frac{1}{9})$

4.13. $T(1, 2, 3)$

4.14. $\frac{x-2}{8} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{-7}$

4.15. $x = \frac{y}{-7}, z = 0$

4.16. $\begin{bmatrix} 5 \\ -5 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

4.17. $x - 1 = z + 1, y = 2$

4.18. $A(-1, 3, 1), B(5, -3, 1)$

4.19. $x - 2 = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$

4.20. $C(3, 4, -2)$