

1.1 V trapezu $ABCD$ sta vzporedni stranici AB in DC , stranica AB pa je dvakrat daljša od stranice DC . V kakšnem razmerju deli diagonala BD diagonalo AC ?

1.2 V \mathbb{R}^3 naj bodo dane točke $A(5, -2, 2)$, $B(3, -4, 6)$ in $C(2, 1, -1)$.

- (a) Izračunaj dolžino daljice AB .
 (b) Izračunaj kot $\angle BAC$.

1.3 V \mathbb{R}^3 naj bodo dane točke $A(5, -3, 4)$, $B(7, -2, 2)$ in $C(3, -1, 3)$. Pokaži, da je $\triangle ABC$ enakokrak pravokotni trikotnik in izračunaj dolžino hipotenuze trikotnika.

1.4 Dana sta vektorja $\vec{a} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ in $\vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$. Določi takšni števili x in y , da bo vektor

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{bmatrix} \text{ pravokoten tako na vektor } \vec{a} \text{ kot na } \vec{b}.$$

1.5 Naj bosta \vec{a} in \vec{b} vektorja, ki oklepata kot 60° in je $\|\vec{a}\| = 1$, $\|\vec{b}\| = 2$. Označi vektorja $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$ in $\vec{d} = \vec{a} + 2\vec{b}$.

- (a) Izračunaj $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$.
 (b) Pokaži, da je $\langle \vec{d}, \vec{b} \rangle = 3\langle \vec{c}, \vec{a} \rangle$.
 (c) Izračunaj $\langle \vec{c}, \vec{d} \rangle$.
 (d) Izračunaj $\|\vec{c}\|$ in $\|\vec{d}\|$.

1.6 V kvadru s stranicami dolžin 1, 2 in 3 izračunaj dolžino telesne diagonale.

1.7 V enakokrakem trapezu naj bo dolžina daljše osnovnice enaka 2, dolžina krakov pa 1. Pri tem naj kraka z daljšo osnovnico oklepata kot 60° . S pomočjo vektorjev izračunaj dolžino diagonal in krajše osnovnice.

1.8 Naj bosta \vec{a} in \vec{b} enotska vektorja (torej vektorja dolžine 1), ki oklepata kot 60° . Določi takšno konstanto α , da bosta vektorja $2\vec{a} + \vec{b}$ in $\alpha\vec{a} + 5\vec{b}$ pravokotna.

1.9 Dana sta vektorja

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 7 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Poišči taka vektorja \vec{c} in \vec{d} , da velja $\vec{a} = \vec{c} + \vec{d}$, vektor \vec{c} je vzporeden vektorju \vec{b} , vektor \vec{d} pa je pravokoten na vektor \vec{b} .

1.10 Vektor $2\vec{a} - \vec{b}$ je pravokoten na vektor $\vec{a} + \vec{b}$, vektor $\vec{a} - 2\vec{b}$ pa je pravokoten na vektor $2\vec{a} + \vec{b}$. Določi kot med vektorjema \vec{a} in \vec{b} .

Rešitve:

1.1 2:1

1.2 (a) $2\sqrt{6}$

(b) $\cos \angle BAC = -\frac{\sqrt{2}}{3}$

1.3 Pokaži, da je $\langle \vec{AB}, \vec{AC} \rangle = 0$, $\|\vec{AB}\| = \|\vec{AC}\| = 3$ in dolžina hipotenuze $\|\vec{BC}\| = 3\sqrt{2}$.

1.4 $x = -2$, $y = 1$.

1.5 (a) 1

(b) Izračunaj, da je $\langle \vec{d}, \vec{b} \rangle = 9$ in $\langle \vec{c}, \vec{a} \rangle = 3$.

(c) 15

(d) $\|\vec{c}\| = 2\sqrt{3}$ in $\|\vec{d}\| = \sqrt{21}$.

1.6 $\sqrt{14}$.

1.7 dolžini diagonal: $\sqrt{3}$, dolžina krajše osnovnice: 1

1.8 $\alpha = -4$

1.9 $\vec{c} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\vec{d} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ -3 \end{bmatrix}$.

1.10 $\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{10}}{10}$.