

3.1 Izračunaj volumen paralelepipeda $ABCDEFGH$, ki je napet na točke $A(2, 5, -3)$, $B(1, 0, -2)$, $D(2, 2, -3)$ ter $E(0, -1, 5)$ (pri tem sta $ABCD$ ter $EFGH$ njegovi vzporedni ploskvi in $AE \parallel BF \parallel CG \parallel DH$).

3.2 Vektorji $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$ naj bodo paroma pravokotni in naj velja $\|\vec{a}\| = 1$, $\|\vec{b}\| = 2$ in $\|\vec{c}\| = 2$.

(a) Izračunaj $|\langle \vec{a} \times \vec{b}, \vec{c} \rangle|$.

(b) Določi volumen paralelepipeda z robovi $\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{b} - 2\vec{c}$ in $\vec{a} + 3\vec{c}$.

3.3 Vektorji \vec{a} , \vec{b} in \vec{c} določajo paralelepiped s prostornino 5. Določi prostornino paralelepipeda, ki ga določajo vektorji $3\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$, $-2\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c}$ in $-3\vec{a} - 2\vec{b}$.

3.4 Vektorji \vec{a}, \vec{b} in \vec{c} so enotski vektorji in zanje velja $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \angle(\vec{a}, \vec{c}) = 45^\circ$ ter $\angle(\vec{b}, \vec{c}) = 60^\circ$. Izračunaj volumen paralelepipeda z robovi $\vec{a} \times \vec{b}$, \vec{a} in $\vec{c} + 2\vec{b}$.

3.5 Naj bosta \vec{a} in \vec{b} takšna vektorja v \mathbb{R}^3 , da velja $\|\vec{a}\| = \|\vec{b}\| = 2$ in da sta vektorja $\vec{c} = \vec{a} + 6\vec{b}$ in $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ pravokotna. Preveri, da sta vektorja \vec{a} in \vec{c} neničelna, in pokaži, da sta vzporedna.

3.6 Pokaži:

$$\langle (\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{b} + \vec{c}), \vec{c} + \vec{a} \rangle = 2\langle \vec{a} \times \vec{b}, \vec{c} \rangle.$$

3.7 Pokaži:

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = \langle \vec{a} \times \vec{c}, \vec{d} \rangle \vec{b} - \langle \vec{b} \times \vec{c}, \vec{d} \rangle \vec{a} = \langle \vec{a} \times \vec{b}, \vec{d} \rangle \vec{c} - \langle \vec{a} \times \vec{b}, \vec{c} \rangle \vec{d}.$$

3.8 Pokaži, da za enotska vektorja $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$ velja enakost

$$\left\langle \left(\vec{a} \times \vec{b} \right) \times \vec{b}, \left(\vec{a} \times \vec{b} \right) \times \vec{a} \right\rangle = \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle - \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle^3.$$

3.9 Naj bosta \vec{a} in \vec{b} vektorja v \mathbb{R}^3 .

(a) Izračunaj $((\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{a}) \times \vec{b}$.

(b) Izračunaj $((((\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{a}) \times \vec{b}) \times \vec{a}) \times \vec{b}$.

3.10 V \mathbb{R}^3 naj bodo dane točke $A(-1, 0, 1)$, $B(0, -1, 3)$ in $C(2, 0, 4)$.

(a) Določi enačbo premice p , ki poteka skozi točki A in C .

(b) Določi enačbo premice q , ki je vzporedna premici BC in poteka skozi A .

Rešitve:

3.1 18

3.2 (a) 4

(b) 4

3.3 10

3.4 1

3.5 Namig: Preveri, da je $\|\vec{a}\| > 0$, $\|\vec{c}\| > 0$ in $\|\vec{a} \times \vec{c}\| = 0$.

3.9 (a) $-\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle \vec{a} \times \vec{b}$

(b) $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle^2 \vec{a} \times \vec{b}$

3.10 (a) $p : \frac{x+1}{3} = \frac{z-1}{3}, y = 0$.

(b) $q : \frac{x+1}{2} = y = z - 1$.