

9.1. Ugotovi, ali je množica

$$\left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ 1 \\ 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$$

linearno neodvisna.

9.2. Naj bodo vektorji $x, y, z, w \in \mathbb{R}^6$ linearno neodvisni. Pokaži, da so tudi vektorji

$$x + y - z, x + z - w, x + 2z, y + z + w$$

linearno neodvisni.

9.3. Ugotovi, ali je množica

$$A = \{x^2 + 3x - 2, x^2 + 4x - 3, x^2 + 2x + 1\}$$

linearno neodvisna. Poišči bazo prostora $U = \text{Lin}A$

9.4. Dan je vektorski prostor

$$U = \text{Lin} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}.$$

Poišči njegovo bazo in dimenzijo.

9.5. Dana je množica $U \subset \mathbb{R}^3$

$$U = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, x - t(y + 2z - 2) = 4 \right\}.$$

Določi parameter t tako, da bo U vektorski podprostor v \mathbb{R}^3 . Poišči bazo prostora U .

9.6. Dana je matrika $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}$ in množica

$$U = \{A \in \mathbb{R}^{2,2}; AJ^T + JA^T = 0\}.$$

Pokaži, da je U vektorski podprostor v prostoru vseh realnih 2×2 matrik. Poišči njegovo bazo in dimenzijo.

9.7. Dana je množica

$$U = \left\{ X \in \mathbb{R}^{2,2}; \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} X = X \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \right\}.$$

Pokaži, da je U vektorski podprostor v prostoru vseh realnih 2×2 matrik. Poišči njegovo bazo in dimenzijo.

9.8. V prostoru $\mathbb{R}_3[x]$ polinomov stopnje največ 3 je dana množica

$$V = \{p \in \mathbb{R}_3[x]; p''(1) = p'(1), p(1) = 0\}.$$

Pokaži, da je V vektorski podprostor v $\mathbb{R}_3[x]$. Poišči njegovo bazo in dimenzijo.

9.9. Dan je vektorski podprostor

$$U = \{p \in \mathbb{R}_3[x], p(1) = p(-1), p''(0) = 2p(1)\}$$

v prostoru $\mathbb{R}_3[x]$ polinomov stopnje največ 3. Poišči kakšno bazo prostora U in določi $\dim U$.

9.10. Dan je vektorski podprostor

$$U = \{p \in \mathbb{R}_3[x]: p(-1) = p(1) = 0\}$$

v prostoru $\mathbb{R}_3[x]$ polinomov stopnje največ 3. Poišči kakšno bazo prostora U in določi $\dim U$.

Rešitve:

9.1. Ne

9.3. Da, baza $U = A$

$$9.4. \text{ baza } U = \left\{ \left[\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right] \right\}, \dim U = 2$$

$$9.5. t = 2, \text{ baza } U = \left\{ \left[\begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} 4 \\ 0 \\ 1 \end{array} \right] \right\}$$

$$9.6. \text{ baza } U = \left\{ \left[\begin{array}{cc} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{array} \right] \right\}, \dim U = 2$$

$$9.7. \text{ baza } U = \left\{ \left[\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{array} \right] \right\}, \dim U = 2$$

$$9.8. \text{ baza } U = \{x^3 + 3x - 4, x^2 - 1\}, \dim U = 2$$

$$9.9. \text{ baza } U = \{x^3 - x, x^2\}, \dim U = 2$$

$$9.10. \text{ baza } U = \{x^3 - x, x^2 - 1\}, \dim U = 2$$