

IZPIT IZ MATEMATIKE 2

Praktična matematika
20. avgust 2012

1. Funkcija $d: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ je podana po predpisu:

$$d(m, n) = \begin{cases} \min\{\frac{1}{m}, \frac{1}{n}\} & ; m \neq n \\ 0 & ; m = n \end{cases} .$$

Ali je d metrika na \mathbb{N} ?

2. Funkcija $z = z(x, y)$ je podana implicitno z zvezo:

$$e^{2x+yz} + (1+x)(2+y)z = 0 .$$

Izračunajte $\frac{\partial z}{\partial x}(0, 0)$, $\frac{\partial z}{\partial y}(0, 0)$ in $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(0, 0)$.

3. Dana je funkcija $F(a) = \int_a^{a^2} \frac{dx}{\ln(a+x)}$. Izračunajte $F'(1)$.

4. Izračunajte integral:

$$\iiint_D (x^2 + y^2)z^2 \, dx \, dy \, dz ,$$

kjer je $D = \{(x, y, z) ; z \geq 0, \sqrt{x^2 + y^2} + z \leq 2\}$.

5. Izračunajte $\int_0^{2\pi} \frac{1 + \sin t}{2 + \cos t} \, dt$.