IME IN PRIIMEK: ______________________________ VPISNA ŠT: | | | | | | | | |

1. kolokvij iz Matematike 2

13. 12. 2005

1. [15 %] V množici $\mathbb{R}$ je dan predpis

$$d(x, y) = |\operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} y|.$$

Pokaži, da je $M = (\mathbb{R}, d)$ metrični prostor.

2. [10 %] V tem metričnem prostoru iz 1. naloge določi zaprto kroglo $\bar{K}(1, \pi/4)$.

3. [25 %] Dana je funkcija

$$f(x, y) = \frac{x+1}{\sqrt{y}}.$$

Določi njeno definicijsko območje. Nariši njene nivojnice na nivojih $0, 1, 2, -1, -2$.

4. [20 %] Dana je funkcija

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Pokaži, da je zvezna. Izračunaj njen parcialni odvod $f_x(x, y)$. Ali je ta parcialni odvod zvezen?

5. [10 %] Naj bo $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zvezno odvedljiva funkcija in $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dana s predpisom

$$g(x, y) = x f(y^2 - x^2).$$

Dokaži, da velja

$$xy g_x + x^2 g_y = yg.$$

6. [20 %] Razvij funkcijo

$$f(x, y) = e^{x-2} \cos y.$$

v Taylorjevo vrsto okoli točke $(2, 0)$. Zapiši vse člene do vključno četrtega reda. S pomočjo razvoja izračunaj $f_{xxyy}(2, 0)$ in $f_{xyyy}(2, 0)$.