1. kolokvij iz MATEMATIKE II, Praktična matematika

7. december 2006

Ime in priimek: ______________________ Vpisna št: | | | | | | | | |

SEDEŽ:

1. (10%) Dokaži, da predpis

$$d(x,y) = |x^4 - y^4|$$

določa metriko na intervalu $M = [0, \infty)$.

2. (10%) Ali se krogli $K(1,1)$ in $K(2,2)$ v metričnem prostoru iz prve naloge sekata? Odgovor utemelji!

3. (15%) Naj bo interval $M = [0, \infty)$ opremljen z običajno metriko $d(x, y) = |x - y|$. Dokaži, da je preslikava

$$f : M \to M, \;\; f(x) = arctg(x + 1)$$

skrčitev metričnega prostora (M, d).

4. (20%) Določi in nariši definicijsko območje funkcije

$$f(x, y) = \frac{1}{\log(y^2 - 4x^2)}.$$

5. (10%) Izračunaj vse prve in druge parcialne odvode funkcije

$$f(x,y) = xe^{x-y^2}.$$

6. (20%) Naj bo $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ poljubna zvezno parcialno odvedljiva funkcija in naj bo $z\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ funkcija, podana s predpisom $z(r,\varphi) = f(r\cos\varphi, r\sin\varphi)$. Izračunaj vrednost funkcije

$$g(r,\varphi) = r\frac{\partial z}{\partial r}(r,\varphi) + \frac{\partial z}{\partial \varphi}(r,\varphi)$$

v točki $r = 2$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$, če veš, da je

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \sqrt{2}$$

za vse točke (x,y), ki zadoščajo $x = y$.

7. (15%) S pomočjo totalnega diferenciala funkcije

$$f(x, y) = \arctan(\frac{y}{x})$$

oceni število $\arctan(\frac{0{,}9}{1{,}1})$.