

1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE II, PRAKTIČNA MATEMATIKA

7. DECEMBER 2006

IME IN PRIIMEK: _____ VPISNA ŠT:

--	--	--	--	--	--	--	--

SEDEŽ:

1. (10%) Dokaži, da predpis

$$d(x, y) = |x^4 - y^4|$$

določa metriko na intervalu $M = [0, \infty)$.

2. (10%) Ali se krogli $K(1, 1)$ in $K(2, 2)$ v metričnem prostoru iz prve naloge sekata? Odgovor utemelji!

3. (15%) Naj bo interval $M = [0, \infty)$ opremljen z običajno metriko $d(x, y) = |x - y|$. Dokaži, da je preslikava

$$f : M \rightarrow M, \quad f(x) = \arctg(x + 1)$$

skrčitev metričnega prostora (M, d) .

4. (20%) Določi in nariši definicijsko območje funkcije

$$f(x, y) = \frac{1}{\log(y^2 - 4x^2)}.$$

5. (10%) Izračunaj vse prve in druge parcialne odvode funkcije

$$f(x, y) = xe^{x-y^2}.$$

6. (20%) Naj bo $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ poljubna zvezno parcialno odvedljiva funkcija in naj bo $z: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija, podana s predpisom $z(r, \varphi) = f(r \cos \varphi, r \sin \varphi)$. Izračunaj vrednost funkcije

$$g(r, \varphi) = r \frac{\partial z}{\partial r}(r, \varphi) + \frac{\partial z}{\partial \varphi}(r, \varphi)$$

v točki $r = 2$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$, če veš, da je

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \sqrt{2}$$

za vse točke (x, y) , ki zadoščajo $x = y$.

7. (15%) S pomočjo totalnega diferenciala funkcije

$$f(x, y) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

oceni število $\arctan\left(\frac{0,9}{1,1}\right)$.