

1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 2

Praktična matematika
27. november 2012

1. [15 točk] Na ravnini \mathbb{R}^2 je podan predpis:

$$d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) := |x_1 - x_2| + |x_1 + y_1 - x_2 - y_2|.$$

Dokažite, da je d metrika, in narišite odprto kroglo okoli točke $T(3, 2)$ s polmerom 2.

2. [10 točk] Določite notranjost in rob množice $(-\infty, 0) \cup \{\frac{1}{n} ; n \in \mathbb{N}\}$.
3. [30 točk] Dana je funkcija $f(x) = 2(1 + e^{-x})$.
- Dokažite, da ima enačba $f(x) = x$ na realni osi natanko eno rešitev.
 - Poiščite poln metrični prostor M , na katerem je f skrčitev (seveda mora funkcija f slikati M spet v M).
 - Rešite enačbo $f(x) = x$ na tri decimalke natančno.
4. [15 točk] Razvijte funkcijo $f(x) = \pi - x$ v sinusno Fourierovo vrsto na intervalu $(0, \pi)$ in natančno narišite graf tako dobljene vrste vsaj na intervalu $[-3\pi, 3\pi]$.
5. [15 točk] Funkcijo $f(x) = 2x - 3$ razvijemo v Fourierovo vrsto na intervalu $(3, 5)$. Označimo z \bar{f} dejansko vsoto dobljene vrste. Izračunajte $\bar{f}(0)$ in $\bar{f}(1)$.
6. [15 točk] Izračunajte prve parcialne odvode naslednjih funkcij:

$$f(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}, \quad g(x, y) = (3x + y^2) e^{1/x}, \quad h(x, y) = \ln(x \cos y).$$