

2. kolokvij iz MATEMATIKE 2

12. 1. 1999

1. Poišči točki na elipsoidu

$$x^2 + y^2 + 2z^2 = 7$$

v katerih zavzame funkcija

$$f(x, y, z) = x - 2y - 2z + 1$$

največjo in najmanjšo vrednost.

2. Funkcija $z = z(x, y)$ je dana z implicitno enačbo

$$z^3 + xz - x^2 + y = 0.$$

- (a) Razvij jo v Taylorjevo vrsto okrog točke $(1, 1)$ do vključno členov drugega reda.
(b) S pomočjo razvoja v Taylorjevo vrsto izračunaj približno vrednost $z(0.98, 1.01)$.

3. Dana je krivulja

$$\vec{r}(t) = (e^t, e^{-t}, t\sqrt{2}).$$

- (a) Določi njeno fleksijsko in torzijsko ukrivljenost v točki $(1, 1, 0)$.
(b) V točki $(1, 1, 0)$ poišči enačbo njene tangente in pritisnjene ravnine.

4. Dana je ploskev

$$\vec{r}(u, v) = ((1 + u)chv, (1 - u)shv, u).$$

- (a) Določi enačbo tangentne ravnine v točki $(1, 0, 0)$.
(b) Poišči obe glavni ukrivljenosti v točki $(1, 0, 0)$ in klasificiraj to točko.

5. V vesolju lebdi planetoid oblike

$$\frac{5}{4}x^2 + \frac{3}{2}xy + \frac{5}{4}y^2 + z^2 = 1.$$

Mimo njega prileti sonda, ki se giblje po poti

$$\mathbf{r}(t) = (t - 1, t - 5, t^2 - 2t - 3).$$

V katerem trenutku bodo sonda s točke $(1, -1, 0)$ na površju planetoida videli navpično nad sabo?

6. Dana je funkcija

$$f(x, y) = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}.$$

Določi definicijsko območje in lokalne ekstreme. Ali obstajajo tudi globalni ekstremi?

7. Določi definicijsko območje in poišči lokalne minime ter maksime (če obstajajo) funkcije

$$f(x, y, z) = \ln x + \ln\left(\frac{1}{y}\right) + 2 \ln z + \ln(3 - x - y - z).$$

8. Dana je ploskev

$$\vec{r}(u, v) = (4u \cos v, 4u \sin v, 3u).$$

Določi enačbo tangentne ravnine v točki $T(4, 0, 3)$. Izračunaj glavni ukrivljenosti v točki T in točko klasificiraj.

9. Poišči največjo in najmanjšo vrednost funkcije

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3$$

na območju

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 \leq 20\}.$$

10. Na paraboli $y^2 = x$ poišči točko, ki je najbližja $T(-1, 5)$.

11. Izračunaj fleksijsko in torzijsko ukrivljenost krivulje:

$$\vec{r}(t) = (2t, \log t, t^2)$$

v točki $A(2, 0, 1)$.

12. Izračunaj glavni ukrivljenosti ploskve

$$\vec{r}(u, v) = (2 \cos u \cos v, 2 \cos u, 2 \cos v)$$

v točki, kjer je $u = v = \frac{\pi}{4}$.

13. Določi definicijsko območje in poišči lokalne ekstreme funkcije

$$f(x, y, z) = \ln x^2 + \ln y + \ln z^2 + \ln(6 - x - y - z).$$

14. Izračunaj torzijsko in fleksijsko ukrivljenost krivulje

$$\vec{r}(t) = (\ln(\sqrt{2} \cos t), \ln(\sqrt{2} \sin t), t\sqrt{2})$$

v točki $A(0, 0, \frac{\pi\sqrt{2}}{4})$.