

4. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE II, PRAKTIČNA MATEMATIKA
24. MAJ 2007

1. (15%) Dan je vektor $\vec{a} = (1, -1, 2)$ in vektorsko polje

$$\vec{F}(\vec{r}) = \vec{a} \times \vec{r} - 2\vec{r}.$$

Kateri od spodnjih izrazov so smiselni. Izračunaj jih!

a) $\mathbf{rot} \vec{F}$, b) $\mathbf{grad} \vec{F}$ in c) $\mathbf{div} \vec{F}$.

2. (15%) Dano je vektorsko polje sil

$$\vec{F}(x, y, z) = (-y, x, z).$$

Izračunaj delo

$$A = \int_K \vec{F} d\vec{r}$$

ki ga opravi sila \vec{F} na točko, ki se giblje po krivulji K , parametrizirani s formulo

$$\vec{r}(t) = (\cos t, \sin t, \cos t + \sin t), \quad t \in [0, \pi].$$

3. (20%) Ploskev naj bo dana eksplicitno s formulo $z = xy$. Poišči ploščino tistega dela ploskve, ki leži znotraj območja $x^2 + y^2 \leq 1$.
4. (15%) S pomočjo Gaussovega izreka izračunaj ploskovni integral

$$\int_{\partial\Omega} \vec{R} d\vec{P}$$

polja

$$\vec{R}(x, y, z) = (x + e^z, y - \arctg(zx), z - xy).$$

po zunanji strani kvadra

$$\Omega = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 2\}.$$

5. (15%) Funkcijo

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

razvij v Fourierjevo vrsto na intervalu $[-\pi, \pi]$.

6. (15% + 15%)

a) Reši diferencialno enačbo $y' + y = \cos(x)$, $y(0) = 0$.

b) Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe $y'' + 2y' + y = 1$.