
Fourierova vrsta

- i. Funkcijo $f(x) = |x|$ razvij v Fourierovo vrsto na intervalu $(-\pi, \pi)$. S pomočjo te vrste izračunaj vsoto

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}.$$

- ii. V Fourierovo vrsto po samih kosinusi razvij funkcijo f , definirano na $[0, \pi]$, podano s pravilom

$$f(x) = \begin{cases} 0; & x \in (0, \frac{\pi}{2}] \\ 1; & x \in (\frac{\pi}{2}, \pi] \end{cases}.$$

- iii. Funkcijo $f(x) = \pi - |x|$ razvij v Fourierovo vrsto na intervalu $[-\pi, \pi]$.

- iv. Funkcijo

$$f(x) = \left| \sin \frac{x}{2} \right|$$

razvij v Fourierovo vrsto in izračunaj vsoto vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}.$$

(Uporabi: $\cos a \sin b = \frac{1}{2}(\sin(a+b) - \sin(a-b))$.)

- v. Kaj lahko povemo o Fourierovih koeficientih funkcije f , za katero velja $f(x + \pi) = -f(x)$?
- vi. Razvij funkcijo $f(x) = \sin(x + \pi/6)$ v Fourierovo vrsto na $[-\pi, \pi]$.
- vii. Razvij funkcijo $f(x) = \cos^4 x$ v Fourierovo vrsto na $[-\pi, \pi]$
- viii. Razvij funkcijo $f(x) = |\cos 3x|$ v Fourierovo vrsto na $[-\pi, \pi]$.
- ix. Razvij funkcijo

$$f(x) = \begin{cases} x; & 0 \leq x \leq 1 \\ 1; & 1 < x \leq 2 \\ 3 - x; & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

v Fourierovo vrsto na intervalu $[0, 3]$.

- x. Razvij funkcijo $f(x) = x(\pi - x)$ na intervalu $(0, \pi)$ v Fourierovo vrsto po samih sinusih in nato s pomočjo vrste seštej številsko vrsto:

$$1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \dots$$