

1. (a) Reševanje diferencialnih enačb, ali pa kar znani nastavek, povedo, da gre za eksponentno polnjenje v obliki $U = U_0(1 - e^{-t/\tau})$ kjer je U_0 napajalna napetost, U pa napetost na kondenzatorju. Pri tem je $\tau = RC = 10$ ms. Polovična napolnjenost $U = U_0/2$ vodi v rešitev

$$t = \tau \ln 2 = 6.9 \text{ ms}$$

Delo napetostnega vira je odvisno od toka skozi vezje, $P = U_0 I$. To bi lahko dobili tudi po delih, kot vsoto energije na kondenzatorju in energije, potrošene na uporniku. Napetost na uporniku je $U_R = U_0 - U_C = U_0 e^{-t/\tau}$, od koder sledi tok $I = U_R/R$, ki je seveda enak skozi celo vezje, vključno z virom. Sledi:

$$P = U_0 I = U_0^2 / R e^{-t/\tau}$$

iz česar delo:

$$A = \int_0^{\tau \ln 2} P dt = \frac{1}{2} \tau U_0^2 / R = 405 \mu\text{J}$$

- (b) Impedanca vezja:

$$Z = R + \frac{1}{i\omega C} = \frac{1 + i\omega\tau}{i\omega C}$$

$$|Z| = \left| \frac{i\omega\tau + 1}{i\omega C} \right| = \frac{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}{\omega C} = 1035 \Omega$$

Fazni kot:

$$\delta = \arctan \omega\tau - \frac{\pi}{2} = -14.8^\circ$$

Amplituda toka:

$$|I_0| = \frac{U_0}{|Z|} = 11.6 \text{ mA}$$

Fazni kot je pa $-\delta$ (zaradi deljenja).

Na upor se troši toliko, kot na celotnem vezju, torej $P = \frac{1}{2} U_0 |I_0| \cos \delta = 0.067 \text{ W}$. Alternativno, ker je tok skozi celo vezje enak, lahko računamo tudi direktno za upor: $P = \frac{1}{2} R |I_0|^2$. Rezultat je enak.

2. (a) V matričnem formalizmu je vzporeden žarek oblike $(y, 0)$, iz izhodnega stanja (y_2, ϕ_2) pa dobimo razdaljo gorišča od desnega temena leča $x = -y_2/\phi_2$ (razdalja od sredinske ravnine trivialno sledi). Zaradi linearnosti je y poljuben (neničeln). Ostane le še preračun:

$$\begin{bmatrix} y_2 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{R}(n_2 - 1) & n_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_1/n_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R}(1/n_1 - 1) & 1/n_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 0 \end{bmatrix} = y \begin{bmatrix} 0.9916 \\ -0.0179 \text{ cm}^{-1} \end{bmatrix}$$

$$x = 55.4 \text{ cm}$$

Menjava n_1 in n_2 v zgornjem računu privede do rezultata za svetenje iz desne proti levi:

$$x_D = 54.9 \text{ cm}$$

Razlika je majhna, ker je leča še vedno zelo tanka v primerjavi z goriščno razdaljo, leča je zelo malo ukrivljena. Recimo pri goriščni razdalji 5 cm bi se to že bolj poznalo.

- (b) Matrike so enake kot prej, edino predznak R se spremeni. Vhodni žarek je predstavljen z vektorjem $(0, 3^\circ) = (0, 0.05236)$. Izhodni vektor pride

$$(0.073 \text{ cm}, 0.053 = 3.05^\circ)$$

3. (a) Načinov reševanja je več. Najlažje je takoj poračunati nadomestni upor na drugi veji, $R'_2 = R_2 + R_4/2 = 9.5 \Omega$. Nadaljujemo lahko s Kirchhoffovimi zakoni. Če pošljemo vse tri tokove v desno, se ohranitev toka glasi

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

potem potrebujemo še dva tokokroga, recimo skozi prvi dve veji:

$$R_1 I_1 - R'_2 I_2 = U_1 - U_2$$

in zadnji dve veji:

$$R'_2 I_2 - R_3 I_3 = U_2 - U_3$$

To lahko pišemo v matrični obliki $Ax = b$ kjer je $x = (I_1, I_2, I_3)$,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ R_1 & -R'_2 & 0 \\ 0 & R'_2 & -R_3 \end{bmatrix}$$

$$b = (0, U_1 - U_2, U_2 - U_3)$$

Sledi

$$x = (-420, 25, 395) \text{ mA}$$

Tok skozi R_4 je polovica toka skozi drugi vir, torej 12.6 mA.

(b) Enak postopek, s tem, da je zdaj

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ C^{-1} & -\frac{3}{2}C^{-1} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}C^{-1} & -C^{-1} \end{bmatrix}$$

Sledi

$$x = (-2.625, -0.750, 3.375) \mu\text{As}$$

Naboj na C_4 je pa spet polovica naboja na drugi veji, torej $-0.375 \mu\text{As}$.

4. Tukaj je pri (a) upoštevano pravilno, če je upoštevano $d = 4.33 \text{ cm}$, kot tudi $d = 3.33 \text{ cm}$.

(a) Enačba leče $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1}$ da položaj prve slike:

$$b_1 = 3 \text{ cm}$$

in velikost prve slike:

$$y = x \frac{b_1}{a_1} = 1 \text{ mm}$$

Ta slika je zdaj predmet okularja, na razdalji $a_2 = d - b_1 = 1.33 \text{ cm}$. Sledi:

$$b_2 = -2.39 \text{ cm}$$

Velikost slike:

$$z = 1.8 \text{ mm}$$

(b) Slika bo v neskončnosti, če bo "predmet" okularja (slika objektiv) v goriščni ravnini okularja. To pomeni, da je slika objektivna na razdalji $b_1 = d - f_2 = 1.33 \text{ cm}$ od objektiv. Po enačbi leče sledi:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1}$$

$$a_1 = 4.03 \text{ cm}$$