

1. PISNI IZPIT IZ NUMERIČNIH METOD 1

Praktična matematika

16. junij 2010

Vpisna številka:

Ime in priimek:

1. Število \sqrt{a} , kjer je $a > 0$, lahko računamo z iteracijo

$$x_{r+1} = \frac{2x_r^3}{3x_r^2 - a}, \quad r = 0, 1, 2, \dots$$

- Izračunajte vse fiksne točke te iteracije in ugotovite, katere so privlačne in katere odbojne.
- Določite red konvergence v okolici fiksne točke \sqrt{a} .
- Z dano iteracijo izračunajte $\sqrt{10}$ na tri decimalke natančno. Za začetni približek vzemite $x_0 = 3$.

2. Dana je matrika A in vektor b :

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 \\ 10 & 10 & 7 & 4 \\ -10 & -2 & -2 & -2 \\ 5 & 8 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -8 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

- Izračunajte norme $\|A\|_\infty, \|A\|_1, \|b\|_\infty, \|b\|_2$.
- Izračunajte LU razcep matrike A .
- Izračunajte $A^{-1}b$.

3. S pomočjo QR razcepa s Householderjevimi zrcaljenji rešite predoločen sistem $Ax = b$ za podatke

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & -4 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Kakšen je $\min_x \|Ax - b\|_2$?

4. Dana je simetrična tridiagonalna matrika $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$. Izračunajte Sturmovo zaporedje za matriko A in določite število lastnih vrednosti na intervalu $[0, 3]$.

5. Z Gauss-Seidelovo iteracijsko metodo rešujemo linearni sistem $Ax = b$, kjer sta

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 6 & 3 & -3 \\ 6 & 20 & 10 & 6 \\ 3 & 10 & 6 & 4 \\ -3 & 6 & 4 & 15 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

- Z začetnim $x^{(0)} = [1, 0, 1, 1]^T$ izračunajte prvi približek k rešitvi.
- Utemeljite, zakaj metoda konvergira.

Veliko uspeha pri reševanju!