

2. PISNI IZPIT IZ NUMERIČNIH METOD 1

Praktična matematika

23. junij 2010

Vpisna številka:

Ime in priimek:

1. Kako bi numerično stabilno izračunali vrednost izraza

$$f(x) = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{4 - x^4}}{2}}$$

za majhne x ? Utemeljite kje in zakaj so težave. Stabilno in nestabilno izračunajte $f(10^{-4})$.

2. Z Newtonovo metodo rešujemo sistem nelinearnih enačb

$$\begin{aligned}x^2 + 2y^2 &= 4 \\x^2 - y &= 2.\end{aligned}$$

Z začetnim približkom $[1, 1]^T$ izračunajte nov približek k rešitvi. Narišite skico obeh krivulj in na njej označite vsa presečišča.

3. Dana je matrika A in vektor b :

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & -4 & 0 \\ -2 & 2 & 5 & 1 \\ -4 & 5 & 29 & 11 \\ 0 & 1 & 11 & 14 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 7 \\ 14 \end{bmatrix}.$$

(a) Ali je matrika A simetrično pozitivno definitna?

(b) Rešite sistem $Ax = b$.

4. S pomočjo QR razcepa z Givensovimi rotacijami rešite predoločen sistem $Ax = b$ za podatke

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Kakšen je $\min_x \|Ax - b\|_2$?

5. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 15 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 15 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 20 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & 40 \end{bmatrix}.$$

Čim bolj natančno določite območja, v katerih se nahajajo lastne vrednosti matrike A . Upoštevajte, da imata matriki A in A^T enake lastne vrednosti. Območja narišite in označite, koliko lastnih vrednosti leži v posameznem območju.

Veliko uspeha pri reševanju!