

1. KOLOKVIJ IZ NUMERIČNIH METOD 1

Praktična matematika

13. december 2011

Vpisna številka:

Ime in priimek:

1. [20] V formatu $P(2, 7, -10, 10)$ zapišite število $x = 13.7$. Izračunajte relativno napako

$$\frac{|x - \text{fl}(x)|}{|x|}$$

in jo primerjajte z osnovno zaokrožitveno napako u v danem formatu.

2. [20] Kako bi numerično stabilno izračunali vrednosti funkcije

$$f(x) = \frac{2 - \sqrt{4 - x^2}}{x^2}$$

za majhne x ? Utemeljite, zakaj pride do težav. S kalkulatorjem stabilno izračunajte vrednosti $f(x)$ za $x = 10^{-5}, 10^{-8}$ ter določite limite $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

3. [20] Dana je iteracija

$$x_{r+1} = \frac{2}{3} \left(x_r + \frac{1}{x_r} - \frac{1}{2} \right), \quad r = 0, 1, 2, \dots$$

(a) Izračunajte fiksne točke iteracije ter določite, katere so privlačne in katere odbojne.

(b) V okolici privlačnih fiksnih točk določite red konvergencije.

4. [20] Rešujemo enačbo $p(x) = 0$, kjer je $p(x) = 3x^3 + 2x - 1$.

(a) Preverite, da ima enačba vsaj eno rešitev na intervalu $[0, 1]$.

(b) Zapisite tangentno metodo. Z začetnim približkom $x_0 = 0$ izračunajte prva dva približka k rešitvi.

(c) Zapišite pridruženo matriko C_p polinoma p . Kakšna je povezava med matriko C_p ter ničlami polinoma p ?

5. [25] Rešujemo nelinearen sistem

$$\begin{aligned} x^2 + 2y^2 &= 2, \\ y^2 - 2x &= -1. \end{aligned}$$

Z Newtonovo metodo z začetnim približkom $\begin{bmatrix} x^{(0)} \\ y^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ izračunajte prvi približek k rešitvi. Skicirajte obe krivulji. Koliko je vseh realnih rešitev?

Veliko uspeha pri reševanju!