

1. KOLOKVIJ IZ NUMERIČNIH METOD 1

Praktična matematika

10. december 2013

1. V formatu $P(10, 5, -100, 100)$ izračunajte vrednost polinoma

$$p(x) = 5.5555x^2 - 3.2111x + 9.8765$$

za $x = 12.345$ po Hornerjevem algoritmu. Izračunajte relativno napako

$$\frac{|\widehat{p}(x) - p(x)|}{|p(x)|}$$

ter jo primerjajte z osnovno zaokrožitveno napako v dani aritmetiki.

2. Dokažite, da integral

$$I_n = \pi \int_0^1 x^{2n} \sin(\pi x) dx$$

zadošča rekurzivni enačbi

$$I_n = 1 - \frac{2n(2n-1)}{\pi^2} I_{n-1}.$$

Utemeljite, kako bi numerično stabilno izračunali člene I_n za velike n . Na stabilen način izračunajte I_{20} .

3. Enačbo $x^2 - a = 0$, $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, rešujemo z iteracijo

$$x_{r+1} = \frac{x_r^3}{Ax_r^2 + B}, \quad r = 0, 1, \dots$$

Določite neznana koeficienta A in B tako, da bo red konvergence v okolici rešitve \sqrt{a} vsaj kvadratičen. Kakšen je točno red konvergence? Z iteracijo, ki jo dobite, izračunajte $\sqrt{5}$ z začetnim $x_0 = 2$ na pet decimalnih mest natančno.

4. Dan je polinom

$$p(x) = x^3 - 3x^2 + 1.$$

- Določite število različnih ničel na intervalu $(0, 1)$.
- Dokažite, da ni nobene ničle na intervalu $[3, \infty) \cup (-\infty, -1]$.
- S tangentno metodo in začetnim približkom $x_0 = 1$ izračunajte eno od rešitev na tri decimalna mesta natančno.
- K polinomu p zapišite pridruženo matriko C_p .

Veliko uspeha pri reševanju!