

3. KOLOKVIJ IZ NUMERIČNIH METOD 1

Praktična matematika

4. junij 2010

Vpisna številka:

Ime in priimek:

1. [20] Dana sta vektorja

$$x = [4, \ 2, \ 1, \ 2]^T, \quad a = [1, \ 2, \ 0, \ 1]^T.$$

Poščite Householderjevo zrcaljenje P , ki uniči vse komponente razen prve v vektorju x . Ekonomično izračunajte slike Px in Pa .

2. [25] S pomočjo QR razcepa z Givensovimi rotacijami rešite predoločen sistem $Ax = b$ za podatke

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 7 \\ 0 & 10 & 5 \\ -4 & -8 & -1 \\ 0 & -10 & -5 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Kakšen je $\min_x \|Ax - b\|_2$?

3. [20] S pomočjo Gerschgorinovega izreka čim bolj natančno določite območja, kjer ležijo lastne vrednosti matrike

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 10 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 20 \end{bmatrix}.$$

Območja tudi narišite. Kaj lahko poveste o številu lastnih vrednosti v posameznih povezanih območjih.

4. [20] Dana je simetrična tridiagonalna matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte Sturmovo zaporedje za matriko A in določite število lastnih vrednosti na intervalu $[0, 3]$.

5. [25] Z Jacobijevim iteracijskim metodo rešujemo linearni sistem $Ax = b$, kjer sta

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 2 & -2 \\ 1 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & -10 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 10 \\ 7 \\ -7 \end{bmatrix}.$$

- Z začetnim $x^{(0)} = [1, \ 0, \ 1]^T$ izračunajte prva dva približka k rešitvi.
- Izračunajte iteracijsko matriko R_J in $\|R_J\|_\infty$. Utemeljite, zakaj metoda konvergira.
- Določite maksimalno število potrebnih korakov, da bo napaka manjša od 10^{-6} .

Veliko uspeha pri reševanju!