

3. KOLOKVIJ IZ NUMERIČNIH METOD 1

Praktična matematika

25. maj 2012

Vpisna številka:

Ime in priimek:

1. S pomočjo QR razcepa s Householderjevimi zrcaljenji rešite predoločen sistem $Ax = b$ za podatke

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \\ 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Kakšen je $\min_x \|Ax - b\|_2$?

2. Dan je Schurov razcep matrike $A = QRQ^T$:

$$Q = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 9 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte lastna vektorja, ki pripadata največji in najmanjši lastni vrednosti matrike A .

3. Dana je simetrična tridiagonalna matrika

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte Sturmovo zaporedje za matriko A in določite število lastnih vrednosti na intervalu $[0, 2]$. Določite še interval, na katerem ležijo vse lastne vrednosti.

4. Zapišite interpolacijski polinom p , za katerega velja

$$p(0) = 1, \quad p(1) = 2, \quad p'(1) = -1, \quad p(3) = 4, \quad p(5) = -2.$$

S Hornerjevim algoritmom izračunajte njegovo vrednost pri $x = 2$.

Veliko uspeha pri reševanju!