

### 3. KOLOKVIJ IZ NUMERIČNIH METOD 1

#### Praktična matematika

26. maj 2014

1. Dana je matrika

$$A = (a_{i,j})_{i,j=1}^4 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 15 \\ 2 & 4 & 5 & 0 \\ -2 & 0 & 5 & 0 \\ 1 & -5 & 0 & -15 \end{pmatrix}.$$

Določite Householderjevo zrcaljenje  $P$ , ki v matriki  $A$  uniči elementa  $a_{3,1}$  in  $a_{4,1}$  in ki ne spremeni prve vrstice. Ekonomično izračunajte produkt  $PAP^T$ .

2. S pomočjo Givensovih rotacij izračunajte

$$\min_{x \in \mathbb{R}} \left\| \begin{pmatrix} -5 \\ 12 \\ 84 \end{pmatrix} x - \begin{pmatrix} 13 \\ -13 \\ 85 \end{pmatrix} \right\|_2.$$

3. Izračunajte premico, ki po zvezni metodi najmanjših kvadratov najboljše aproksimira funkcijo  $f(x) = \frac{1}{1+x}$  na intervalu  $[0, 3]$  glede na skalarni produkt

$$\langle f, g \rangle = \int_0^3 f(x)g(x)dx.$$

4. Določite interpolacijski polinom  $p$ , za katerega velja

$$p(-2) = 4, \quad p'(-2) = 1, \quad p(0) = 6, \quad p(2) = -8, \quad p'(2) = -7, \quad p''(2) = 2.$$

Izračunajte njegovo vrednost v točki  $x = 1$ .

5. Čim natančneje določite območja, v katerih ležijo lastne vrednosti matrike

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} & -2 & \frac{1}{4} \\ 1 & -2 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 9 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -2 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -8 & 0 \\ \frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Veliko uspeha pri reševanju!