

NUMERIČNE METODE 1

Praktična matematika

2. domača naloga

Rešitve stisnite v ZIP datoteko z imenom *ime-priimek-vpisna-2.zip* in jih oddajte preko sistema Moodle (<http://ucilnica.fmf.uni-lj.si>) najkasneje do konca 18. marca 2014. ZIP datoteka naj vsebuje ustrezno napisano poročilo z dobljenimi rezultati. Rešitvi priložite programe, s katerimi ste naloge rešili. Naloge naj bodo rešene v Matlabu.

Naj bodo c_1, c_2, c_3, c_4 zadnje štiri cifre vaše vpisne številke.

1. Diferencialno enačbo (robni problem)

$$y'' + 2(c_3 + c_4)y' - xy = e^x, \quad y(0) = 0, \quad y(2) = 0,$$

numerično rešujemo tako, da interval $[a, b] = [0, 2]$ ekvidistantno razdelimo na n delov

$$x_i = a + ih, \quad i = 0, 1, \dots, n, \quad h = \frac{b-a}{n},$$

in iščemo približke $y_i \sim y(x_i)$. Sistem enačb, ki določa vrednosti $(y_i)_{i=0}^n$, dobimo tako, da odvode v diferencialni enačbi aproksimiramo s simetričnimi diferencami

$$y'(x_i) \sim \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}, \quad y''(x_i) \sim \frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2},$$

kar nam da tridiagonalen linearen sistem enačb

$$\frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} + 2(c_3 + c_4)\frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} - x_i y_i = e^{x_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1,$$

pri čemer sta vrednosti y_0 in y_n določeni iz robnih pogojev, to je $y_0 = 0, y_n = 0$.

Razdelite interval $[a, b]$ na $n = 100$ delov in izračunajte rešitev $(y_i)_{i=0}^{100}$ preko LU razcepa z delnim pivotiranjem. Izpišite približke za vrednosti $y(0.5), y(1), y(1.5)$ ter narišite graf dobljene rešitve y .

2. Numerično izračunajte vsa presečišča implicitno podanih krivulj

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 3 + \frac{c_3}{10} + \frac{c_4}{100} \\ \left(-x^2 + y^2 + \frac{1}{2}xy\right) e^{x+\frac{1}{2}y} &= 1 \end{aligned}$$

na vsaj 10 decimalnih mest natančno. Narišite graf z obema krivuljama ter na grafu označite presečišča.

Za izpis rezultatov uporabite format `long e`.

3. Planet se giblje po eliptični orbiti. Znanih je dvanajst meritev položaja planeta v (x, y) ravnini:

$$x = [-1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 1.5, 1, 0.5, 0, -0.5, -1]$$

$$y = [w, -1.38, -1.6, -1.9, -1.8, -1.3, 0.3, 0.7, 0.9, 1.1, 0.8, 0.3]$$

kjer je $w = -\frac{1}{2} + \frac{c_1+c_2+c_3+10c_4}{100}$. Izračunajte koeficiente a, b, c, d, e v kvadratni formi

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + 1 = 0,$$

ki se najbolj prilega danim podatkom po metodi najmanjših kvadratov. Narišite orbito in podane položaje planeta. Pomagajte si tako, da narišete nivojnico funkcije

$$z = ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + 1$$

pri $z = 0$ z uporabo funkcije `contour`.