

NUMERIČNE METODE 1

Praktična matematika

2. domača naloga

Rešitve stisnite v ZIP datoteko z imenom *ime-priimek-vpisna-2.zip* in jih oddajte preko sistema Moodle (<http://ucilnica.fmf.uni-lj.si>) najkasneje do konca 27. marca 2012. ZIP datoteka mora vsebovati USTREZNO NAPISANO poročilo o rezultatih ter vse programe, s katerimi ste naloge rešili. Naloge naj bodo rešene v Matlabu. Za izpis rezultatov uporabite format `short`.

Naj bodo c_1, c_2, c_3, c_4 zadnje štiri cifre vaše vpisne številke.

1. Dana je funkcija

$$f(x) = \frac{1}{5}(c_3 + c_4) \sin(\pi x) \exp(x/5).$$

Na intervalu $[0, 3]$ ekvidistantno izberite $m + 1$ točk,

$$x_i = i h, \quad i = 0, 1, \dots, m, \quad h = \frac{3}{m},$$

in izračunajte vrednosti $y_i = f(x_i)$.

(a) Naj bo $m = 4$. Poiščite polinom

$$p(x) = a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

stopnje 4, ki interpolira točke (x_i, y_i) , $i = 0, 1, \dots, m$. Koeficiente izračunajte preko reševanja linearne sistema z Vandermondovo matriko. Izpišite koeficiente polinoma $(a_4, a_3, a_2, a_1, a_0)$ ter narišite sliko, na kateri so označene točke, funkcija f ter izračunan polinom p . Izračunajte še pogojenostno število κ_2 pripadajoče Vandermondove matrike.

Nalogo rešite v skriptni Matlabovi datoteki `naloga1a.m`

(b) Naj bo $m = 10$. Poiščite polinom

$$p(x) = b_4 x^4 + b_3 x^3 + b_2 x^2 + b_1 x + b_0$$

stopnje 4, ki aproksimira točke (x_i, y_i) , $i = 0, 1, \dots, m$, po metodi najmanjših kvadratov. Nalogo rešite preko normalnega sistema in razcepa Choleskega. Izpišite matriko normalnega sistema (Gramovo matriko), faktor Choleskega ter koeficiente polinoma $(b_4, b_3, b_2, b_1, b_0)$. Narišite sliko, na kateri so označene točke, funkcija f ter izračunan polinom p .

Nalogo rešite v skriptni Matlabovi datoteki `naloga1b.m`

2. Planet se giblje po eliptični orbiti. Znanih je deset meritev položaja planeta v (x, y) ravnini:

$$x = [-1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 1.5, 1, 0.5, 0, -0.5, -1]$$

$$y = [w, -1.38, -1.6, -1.9, -1.8, -1.3, 0.3, 0.7, 0.9, 1.1, 0.8, 0.3]$$

kjer je $w = -\frac{1}{2} + \frac{10*c_3+c_4}{500}$. Določite koeficiente a, b, c, d, e v kvadratni formi

$$a x^2 + b x y + c y^2 + d x + e y + 1 = 0,$$

ki se najboljše prilega podatkom po metodi najmanjših kvadratov. Narišite orbito, na sliko dodajte podane točke. Pomagajte si tako, da narišete nivojnico funkcije

$$z = a x^2 + b x y + c y^2 + d x + e y + 1$$

pri $z = 0$ z uporabo funkcije `contour`.

Nalogo rešite v skriptni Matlabovi datoteki naloga2.m

3. Dan je vektor $a = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4]^T$. Zapišite Givensovo rotacijo $R_{1,4}^T$, ki preslika vektor a v vektor oblike $[* \ * \ * \ 0]^T$. Nato določite w tako, da Householderjevo zrcaljenje

$$P = I - \frac{2}{w^T w} w w^T$$

preslika vektor a v vektor oblike $[* \ 0 \ 0 \ 0]^T$. Z izračunanima preslikavama poiščite sliki vektorja $[1 \ 2 \ 3 \ 4]^T$.

Nalogo rešite v skriptni Matlabovi datoteki naloga3.m