

NUMERIČNE METODE 1

Praktična matematika

3. domača naloga

Rešitve stisnite v ZIP datoteko z imenom *ime-priimek-vpisna-3.zip* in jih oddajte preko sistema Moodle (<http://ucilnica.fmf.uni-lj.si>) najkasneje do konca 28. maja 2014. ZIP datoteka naj vsebuje ustrezno napisano poročilo z dobljenimi rezultati. Rešitvi priložite programe, s katerimi ste naloge rešili. Naloge naj bodo rešene v Matlabu. Za izpis rezultatov uporabite format `long e`.

Naj bodo c_1, c_2, c_3, c_4 zadnje štiri cifre vaše vpisne številke.

1. Funkcija

$$\rho(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

predstavlja gostoto normalno porazdeljene slučajne spremenljivke $N(\mu, \sigma)$. Naj bo

$$\mu = c_1 + c_2, \quad \sigma = 1 + \frac{c_1 + c_2 + c_3 + c_4}{10}.$$

Izračunajte interpolacijski polinom p , ki se z ρ ujema v točkah $\mu \pm 3\sigma$, $\mu \pm 2\sigma$ in μ dvakratno, to je

$$\begin{aligned} p(\mu \pm 3\sigma) &= \rho(\mu \pm 3\sigma), & p'(\mu \pm 3\sigma) &= \rho'(\mu \pm 3\sigma), \\ p(\mu \pm 2\sigma) &= \rho(\mu \pm 2\sigma), & p'(\mu \pm 2\sigma) &= \rho'(\mu \pm 2\sigma), \\ p(\mu) &= \rho(\mu), & p'(\mu) &= \rho'(\mu). \end{aligned}$$

Izpišite koeficiente (deljene diference) polinoma p v Newtonovi bazi ter vrednosti polinoma p in razlike $\rho - p$ v točkah $\mu \pm \frac{5}{2}\sigma$, $\mu \pm \frac{3}{2}\sigma$ ter $\mu \pm \frac{1}{2}\sigma$. Na isto sliko narišite graf funkcije ρ in polinoma p na intervalu $[a, b] := [\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$.

Izračunajte tudi približek za napako $\|\rho - p\|_{\infty, [a, b]}$ na način

$$\|\rho - p\|_{\infty, [a, b]} \approx \max_{0 \leq i \leq N} |\rho(a + ih) - p(a + ih)|, \quad N = 100, \quad h = \frac{b - a}{N}.$$

2. (a) V Matlabu napišite funkcijo `inverzna(A, s)`, ki z inverzno iteracijo poišče lastno vrednost matrike A , ki je najbližja vrednosti s . Funkcija naj vrne lastno vrednost in normiran lastni vektor. Računajte na natančnost 10^{-10} . Pomagate si lahko s programom za potenčno metodo, ki ga najdete na spletni učilnici.

(b) Delovanje preizkusite na naslednjem primeru. Vzemite matriko

$$B = \begin{pmatrix} 2 & c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & c_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$

in matriko X , ki jo dobite z ukazi

$$\text{rand('state', 0); } \quad X = \text{rand}(5).$$

Naj bo $A = XBX^{-1}$. Z inverzno iteracijo poiščite vse lastne vrednosti in lastne vektorje matrike A . Za pomike izberite 1.5, 3.5, 5.5, 7.5, 9.5. Za vsako lastno vrednost tudi izpišite število potrebnih korakov iteracije. Za izpis rezultatov uporabite format `long e`.