

# NUMERIČNE METODE 1, praktična matematika

Naloge za utrjevanje znanja

## Householderjeva zrcaljenja in Givensove rotacije

1. Dana sta vektorja

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Poiščite Householderjevo zrcaljenje  $P$ , ki uniči vse komponente razen prve v vektorju  $x$ . Izračunajte še sliko  $Pa$ .
- (b) Poiščite Givensovo rotacijo  $R_{1,3}^T$ , ki uniči tretjo komponento v  $x$ . Izračunajte  $R_{1,3}^T a$ .

**Rešitev:**

Householderjevo zrcaljenje je določeno s  $k = 3, m = 12$  in  $w = (4 \ 2 \ 2 \ 0)^T$ .

$Pa = (-2.3333 \ 0.3333 \ 0.3333 \ 2)^T$ .

Givensova rotacija je določena s  $c = \frac{\sqrt{5}}{5}$  in  $s = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ :

$$R_{1,3}^T = \begin{pmatrix} c & 0 & s & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$R_{1,3}^T a = (2.2361 \ 1 \ 2.2361 \ 2)^T$ .

2. Naj bo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -4 & 1 \\ 1 & -4 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

S pomočjo Householderjevih zrcaljenj in QR razcepa rešite predoločen sistem  $Ax = b$ . Izračunajte tudi  $\min_x \|Ax - b\|$ . Matrike  $Q$  ni potrebno eksplicitno izračunati.

**Rešitev:**

$$x = \left[ \frac{7}{6}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{2} \right]^T, \\ \min_x \|Ax - b\| = 2$$

3. Naj bo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & -4 & -1 \\ 2 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

S pomočjo Householderjevih zrcaljenj in QR razcepa rešite predoločen sistem  $Ax = b$ . Izračunajte tudi  $\min_x \|Ax - b\|$ . Matrike  $Q$  ni potrebno eksplicitno izračunati.

**Rešitev:**

$$x = [1, -1, 1]^T, \\ \min_x \|Ax - b\| = 0$$

4. S pomočjo QR razcepa z Givensovimi rotacijami rešite predoločen sistem  $Ax = b$  za podatke

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 0 & 12 \\ 6 & 3 \\ 0 & -9 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte tudi  $\min_x \|Ax - b\|$ .

**Rešitev:**

$$x = \left[ \frac{52}{75}, \frac{1}{75} \right]^T, \\ \min_x \|Ax - b\| = 1.7205$$

5. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

(a) Izračunajte determinanto matrike  $A$  preko QR razcepa z Givensovimi rotacijami.

(b) Poiščite rešitev linearnega sistema  $Ax = b$  za  $b = [1, -1, 2]^T$

**Rešitev:**

$$\det(A) = 2 \\ x = [1, 0, 1]^T$$