Numerične metode II: 2. kolokvij

20. 1. 2011

Čas pisanja je 90 minut. Dovoljena je uporaba dveh listov formata A4 in kalkulatorja. Veliko uspeha!

1	
2	
3	
4	
Σ	

Ime in priimek

Vpisna številka

1. naloga (25 točk)

Kubični C^2 zvezni zlepek $S : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ interpolira točke $\boldsymbol{T}_1(-1, -2)$, $\boldsymbol{T}_2(0, 0)$ in $\boldsymbol{T}_3(1, 2)$ ter zadošča robnima pogojema $S''(-1) = -6$, $S''(1) = 6$. Preverite, da je S trikrat zvezno odvedljiv v točki $x = 0$.

2. naloga (25 točk)

Preverite, da kvadratna Bézierova krivulja $\boldsymbol{b}$, dana s kontrolnimi točkami $\boldsymbol{b}_0 = (0,0)^T$, $\boldsymbol{b}_1 = (1,2)^T$ in $\boldsymbol{b}_2 = (2,0)^T$, ne more imeti ničelne ukrivljenosti. Ukrivljenost je definirana kot

$$\kappa(t) := \frac{\boldsymbol{b}'(t) \times \boldsymbol{b}''(t)}{\|\boldsymbol{b}'(t)\|^3},$$

kjer je $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v} := u_1\, v_2 - u_2\, v_1$, $\boldsymbol{u} = (u_1, u_2)^T$, $\boldsymbol{v} = (v_1, v_2)^T$.

3. naloga (25 točk)

Z De Casteljauovim algoritmom izračunajte točko na Bézierovi krivulji, podani s kontrolnimi točkami $\boldsymbol{b}_0 = (0,1)^T$, $\boldsymbol{b}_1 = (1,-1)^T$, $\boldsymbol{b}_2 = (2,-1)^T$ in $\boldsymbol{b}_3 = (2,1)^T$, pri parametru $t = 3/4$.

4. naloga (25 točk)

Katera premica najbolje aproksimira funkcijo $f(x) = x^2$ na intervalu $[-1, 1]$ po metodi najmanjših kvadratov glede na skalarni produkt

$$\langle f, g\rangle := \int_{-1}^{1} \frac{f(x)\, g(x)}{1 + x^2}\, dx?$$

Določite še ortonormirano bazo prostora linearnih polinomov glede na podani skalarni produkt.