**1. Uvod**

***Optimizacijsko nalogo*** smo definirali kot trojico (D, f, opt), kjer je:

D ......... množica *dopustnih rešitev*,
f: D -> R ......... *namenska (ciljna) funkcija*,
opt ......... *tip* ekstrema (min, max).

Pri optimizacijski nalogi lahko iščemo:

a) optimalno vrednost v\* = optx iz D f(x),
b) vsaj eno optimalno rešitev x\* iz D, za katero je f(x\*) = v\*,
c) množico vseh optimalnih rešitev Opt = {x iz D; f(x) = v\*},
č) vsaj eno dopustno rešitev x iz D,
itd.

Kot optimizacijsko nalogo smo zapisali  proizvodni problema (kmet, ki se odloča, koliko hektarov zemlje bo namenil posameznim poljščinam, da bo njegov čisti dobiček največji) in povedali, da naloge takšnega tipa imenujemo **linearni programi**.

Nekaj zgledov optimizacijskih nalog:

1. **Problem prirejanja opravil**

*Podatki:* polni dvodelni graf G = Kn,n, cene povezav c(e) za vse e iz E(G).

*Iščemo:* Najcenejše popolno prirejanje M v G.

To je naloga oblike (D, f, min), kjer je

D = {M; M popolno prirejanje v grafu G},
f(M) = vsota cen povezav, ki pripadajo prirejanju M.

**2. Problem potujočega trgovca**

*Podatki:* polni graf G = Kn, cene povezav c(e) za vse e iz E(G).

*Iščemo:* Najcenejši Hamiltonov cikel C v G.

To je naloga oblike (D, f, min), kjer je

D = {H; H Hamiltonov cikel v grafu G},
f(H) = vsota cen povezav, ki ležijo na ciklu H.

*Konkreten primer:* Problem trgovskega zastopnika ljubljanske firme, ki mora obiskati London, Pariz, Madrid in Rim.

Pri obeh tipih nalog smo množico dopustnih rešitev zapisali kot (pod)množico permutacij.

3. **Problem najkrajše poti**

*Podatki:* graf G, vozlišči s, t iz V(G), cene povezav c(e) za vse e iz E(G).

*Iščemo:* Najcenejšo pot od s do t v G.

To je naloga oblike (D, f, min), kjer je

D = {P; P pot od s do t v grafu G},
f(P) = vsota cen povezav, ki ležijo na poti P.

*Konkreten primer:* Problem svetilke (Microsoft U2 flashlight puzzle - VAJE).

***Definicija*.** Optimizacijska naloga (D, f, opt) je:

- *dopustna*, če množica D ni prazna;
- *nedopustna*, sicer.

***Definicija*.** Dopustna optimizacijska naloga (D, f, opt) je:

- *omejena*, če iščemo max in je f(x) navzgor omejena na D, ali če iščemo min in je f(x) navzdol omejena na D;
- *neomejena*, sicer.

Glede na obstoj rešitev ločimo torej štiri vrste optimizacijskih nalog:

1. nedopustne naloge,
2. dopustne, a neomejene naloge,
3. dopustne in omejene naloge, ki nimajo optimalnih rešitev,
4. dopustne in omejene naloge, ki imajo vsaj eno optimalno rešitev.

Omenili smo dva zadostna pogoja za obstoj optimalne rešitve:

1. Množica D je neprazna zaprta in omejena podmnožica n-razsežnega evklidskega prostora *Rn*, ciljna funkcija *f: D ---> R* pa je zvezna.

2. Množica D je neprazna in končna.

Minimizacijski problem lahko prevedemo na maksimizacijskega in obratno, saj je min{f(x); x iz D} = -max{-f(x); x iz D} in max{f(x); x iz D} = -min{-f(x); x iz D}.