

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

ODDELEK ZA MATEMATIKO IN MEHANIKO

STATISTIKA

PISNI IZPIT

28. AVGUST 2001

IME IN PRIIMEK: _____ VPISNA ŠT:

NAVODILA

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 6, na razpolago pa imate 120 minut.

Naloga	a.	b.	c.	d.	
1.				•	
2.			•	•	
3.			•	•	
4.			•	•	
5.			•	•	
6.			•	•	
Skupaj					

1. (20) Na mizi ležijo tri kroglice in tri ploščice. Kroglice so oštevilčene s ciframi 1,3 in 5, ploščice pa z 2,4 in 6. Vseh 6 elementov postavimo v raven niz. Kroglice in ploščice so oštevilčene in jih ločimo med sabo!

- a. (5) Na koliko načinov lahko to storimo, če morajo vse kroglice stati skupaj?
- b. (5) Koliko je različnih nizov, ki se začno in končajo s ploščico?
- c. (5) Iz danih šestih elementov lahko sestavimo več štirimestnih števil. Koliko tako dobljenih števil je večjih od števila 4000?
- d. (5) Koliko štirimestnih števil ima enice in desetice zapisane na ploščicah?

2. (20) V zgornjem predalu Borutove omare se nahajo tri bele, štiri modre in pet črnih nogavic, v spodnjem pa šest belih, deset modrih in osem črnih nogavic.
- a. (10) Zjutraj še v temi mora Borut iz poljubnega predala izvleči dve nogavici. Seveda upa, da bosta enake barve. Kateri predal si bo izbral? Odgovor utemelji.
 - b. (10) Nekdo je Borutu prejšnji večer prestavil iz zgornjega v spodnji predal eno nogavico. Borut zjutraj potegne iz spodnjega predala črno nogavico. Kolikšna je verjetnost, da je bila tudi prestavljena nogavica črna?

3. (20) Na začetku imamo m poštenih kock. Kocke vržemo. Tiste, na katerih je šestica, pustimo, ostale poberemo in jih vržemo še enkrat. Spet pustimo tiste, na katerih je šestica, ostale poberemo in spet vržemo. Kocke mečemo, dokler vse ne kažejo šestico. Označimo število potrebnih metov kocke z N .

- a. (10) Naj bodo N_1, N_2, \dots, N_m med sabo neodvisne slučajne spremenljivke z $N_i \sim \text{Geom}(p)$. Izračunajte

$$P(\max(N_1, \dots, N_m) \leq n)$$

za $n = 1, 2, \dots$

- b. (10) Izračunajte $P(N = n)$ za $n = 1, 2, \dots$

Namig: Naj bo N_i število metov, dokler se na kocki i ne pojavi šestica. Uporabite a.

4. (20) Naj bodo X_1, X_2, \dots med sabo neodvisne slučajne spremenljivke z enako porazdelitvijo. Naj bo N celoštevilska in neodvisna od X_1, X_2, \dots . Na predavanjih smo dokazali, da je rodovna funkcija spremenljivke $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_N$ enaka

$$G_Y(s) = G_N(G_{X_1}(s)).$$

- a. (10) Naj bo $Y \sim \text{Geom}(\theta)$ za nek $\theta \in (0, 1)$ in naj bo tudi $N \sim \text{Geom}(p)$, pri čemer je $p > \theta$. Pokažite, da je

$$G_{X_1}(s) = \frac{\theta s}{\theta s + p - ps}.$$

- b. (10) Pokažite še, da je za $k = 1, 2, \dots$

$$P(X_1 = k) = \frac{\theta(p - \theta)^{k-1}}{p^k}$$

in poimenujte porazdelitev X_1 .

5. (20) Naj bosta X in Y neodvisni slučajni spremenljivki z $X \sim \text{Bin}(m, p)$ in $Y \sim \text{Bin}(n, p)$. Označite $Z = X + Y$.

a. (10) Dokažite, da je $Z \sim \text{Bin}(m + n, p)$.

b. (10) Izračunajte $E(X|Z)$.

6. (20) Pri ameriški ruleti je 38 enako verjetnih možnih izidov. Številki 0 in 00 sta zelene barve. Od ostalih števil je pol rdečih in pol črnih. Če igrate v Atlantic City in vedno stavite na rdeče, so pravila naslednja: stavite \$1. Če je izid rdeče barve, vam vrnejo stavo in \$1, tako da je dobiček enak \$1. Če je izid črne barve, ste izgubili stavo, torej je dobiček enak -\$1. Če je izid zelen, vam vrnejo pol stave, torej je dobiček enak -\$0,5.

- a. (10) Dobitek v eni igri je slučajna spremenljivka X . Opišite porazdelitev te slučajne spremenljivke in izračunajte njeno matematično upanje in varianco.
- b. (10) Privzemite, da igrate ruleto v Atlantic City 400-krat. Izračunajte približek za verjetnost, da bo vaš dobiček \$10 ali več.