

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

ODDELEK ZA MATEMATIKO IN MEHANIKO

STATISTIKA

PISNI IZPIT

12. JULIJ 2001

IME IN PRIIMEK: _____ VPISNA ŠT:

NAVODILA

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 6, na razpolago pa imate 120 minut.

Naloga	a.	b.	c.	
1.			•	
2.			•	
3.			•	
4.			•	
5.			•	
6.			•	
Skupaj				

1. (20) Očka odpelje ob koncu šolskega leta malega Mihca v slaščičarno, kjer imajo 12 različnih okusov sladoleda. "Super kupa" je sestavljena iz šestih (ne nujno različnih) kepic sladoleda po lastnem izboru.

- a. (10) Koliko različnih "Super kup" nudijo v slaščičarni?
- b. (10) Mihec hoče imeti "Super kupo" iz šestih različnih kepic sladoleda, vendar pa nima rad vanilijevega sladoleda, ki ga nudijo. Na koliko načinov mu lahko ustrezajo?

2. (20) Na mizi imamo modro in rdečo posodo. V modri posodi je 9 belih in 6 črnih kroglic, v rdeči posodi pa 11 belih in 4 črne kroglice. Vržemo pošteno kocko. Če pade 1 ali 6, sežemo v modro posodo in na slepo izvlečemo eno kroglico, sicer sežemo v rdečo posodo in izvlečemo kroglico.

- a. (10) Izračunaj verjetnost, da je izvlečena kroglica bela.
- b. (10) Izračunaj verjetnost, da je na kocki padla 6, pri pogoju, da smo izvlekli belo kroglico.

3. (20) V škatli je $m + n$ listkov oštevilčenih z $1, 2, \dots, m + n$. Iz škatle naključno izberemo n listkov brez vračanja. Z X označimo število listkov med izbranimi, na katerih je število, ki je večje od vseh m števil, ki so ostala v škatli.

- a. (10) Označite z M največje število, ki je ostalo v škatli. Izračunajte $P(M = k)$ za $k = m, m + 2, \dots, n + m$.
- b. (10) Opišite porazdelitev slučajne spremenljivke X .

4. (25) Naj bo Z_0, Z_1, \dots proces razvejanja. Slučajno število Y potomcev vsakega posameznika naj ima porazdelitev

$$P(Y = k) = 2^{-(k+1)}$$

za $k = 0, 1, \dots$

- a. (10) Z matematično indukcijo pokažite, da je rodovna funkcija $G_n(s)$ spremenljivke Z_n enaka

$$G_n(s) = \frac{n - (n - 1)s}{n + 1 - ns}.$$

- b. (10) Izračunajte $E(Y)$ in $P(Z_n = 0)$ in izračunajte $P(\text{proces izumre})$. Kako se to ujema s teorijo?

5. (20) Naj bodo I_1, I_2, \dots med sabo neodvisni in enako porazdeljeni indikatorji s $P(I_j = 1) = p$ za vse $j \geq 1$. Naj bo N od njih neodvisna nenegativna celoštevilska slučajna spremenljivka in definirajmo

$$X = I_1 + I_2 + \dots + I_N.$$

Naj bo $N \sim \text{Po}(\lambda)$.

- (10) Izračunajte $E(X^2|N)$.
- (10) Izračunajte $E(N|X)$.

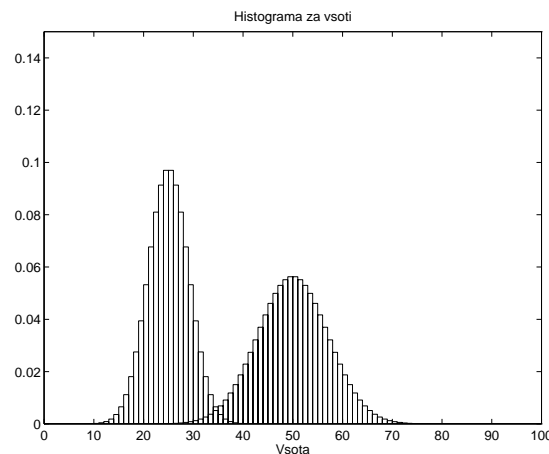
6. (20) Na spodnji sliki sta histograma za porazdelitvi vsot 25 neodvisnih izbiranj iz ene od naslednjih dveh škatel:

(i)

0	1	2
---	---	---

(ii)

0	1	2	3	4
---	---	---	---	---



Sl. Histograma za vsote neodvisnih izbiranj iz škatel (i) ali (ii).

- (10) Kateri od zgornjih dveh histogramov pripada škatli (i) in kateri škatli (ii)? Utemeljite odgovor.
- (10) Izračunajte približno verjetnost, da bo vsota 25 izbiranj iz škatle (ii) večja ali enaka 40.