

TEST IZ STATISTIKE (PRAKTIČNA MATEMATIKA)

DATUM: 9. 7. 2012

ČAS REŠEVANJA JE 90 MINUT.

1. Naj bo $0 < p < 1$ in $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ zaporedje neodvisnih slučajnih spremenljivk, ki so enako porazdeljene: $P(X_n = 1) = p$ in $P(X_n = 0) = 1 - p$. Kako je porazdeljena vsota $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$? Izračunaj matematično upanje in disperzijo slučajnih spremenljivk S_n in

$$Z_n = \frac{S_n - E(S_n)}{\sigma(S_n)}.$$

Kam konvergira zaporedje porazdelitvenih funkcij F_{Z_n} v dani točki $x \in \mathbb{R}$, torej zaporedje $\{F_{Z_n}(x)\}_{n \in \mathbb{N}}$? Odgovore utemelji!

2. Na populaciji je definirana slučajna spremenljivka X , ki je porazdeljena normalno $N(\mu, \sigma)$.
- (a) Kateri parameter ocenjuje vzorčno povprečje

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} ?$$

Ali je ta cenilka nepristranska? Ali je dosledna?

- (b) Kako je definirana vzorčna disperzija in kako popravljena vzorčna disperzija? Kateri parameter ocenjujeta? Ali sta nepristranski cenilki?

3. Naj ima slučajna spremenljivka X eksponentno porazdelitev s parametrom $\lambda > 0$, tj. zvezno porazdelitev z gostoto

$$p(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , \quad \text{če je } x > 0, \\ 0 & , \quad \text{sicer.} \end{cases}$$

Izračunaj njeno matematično upanje!

Po metodi maksimalne zanesljivosti določi cenilko za parameter λ .

Pokaži, da dobimo isto cenilko tudi z metodo momentov.

4. Dana je porazdelitvena funkcija F_0 . S katerim testom preskušamo hipotezo H_0 , da ima (na populaciji definirana) slučajna spremenljivka X porazdelitveno funkcijo enako F_0 ?

Kaj je testna statistika? Kako je porazdeljena? Skiciraj graf njene gostote porazdelitve in na njem označi kritično območje pri dani stopnji značilnosti $\alpha > 0$.