

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

ODDELEK ZA MATEMATIKO IN MEHANIKO

VERJETNOSTNI RAČUN IN STATISTIKA

PISNI IZPIT

7. JUNIJ 2000, 10H, M2

IME IN PRIIMEK: \_\_\_\_\_ VPISNA ŠT: 

--	--	--	--	--	--	--	--

NAVODILA

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 6, na razpolago pa imate 120 minut.

Naloga	a.	b.	c.	
1.			•	
2.			•	
3.				
4.			•	
5.			•	
6.			•	
Skupaj				

1. (20) Oče želi sinčku za darilo kupiti 6 avtomobilčkov. Vsi avtomobilčki so enakega tipa, razlikujejo se le po barvi.

- a. (10) Recimo, da lahko oče izbira med rdečimi, belimi in rumenimi avtomobilčki. Na koliko različnih načinov lahko sestavi darilo iz 6 avtomobilčkov, če je na razpolago poljubno mnogo avtomobilčkov vsake barve?
- b. (10) Na koliko načinov lahko oče obdari sina, če je na razpolago le 5 rdečih, avtomobilčkov, ostalih dveh barv pa je na razpolago poljubno mnogo?

2. (20) Na mizi sta dve posodi. V eni je 20 raznobarvnih kroglic: 10 belih, 5 črnih in 5 zelenih, druga pa je še prazna. Iz polne posode sočasno izvlečemo dve kroglici. Najključno izberemo eno izmed njiju in jo pogledamo. Nato spustimo kroglici v prazno posodo. Posodo pretresemo in iz nje naključno izvlečemo kroglico.

- a. (10) Dokažite formulo

$$P(A|B) = P(A|B \cap C) \cdot P(C|B) + P(A|B \cap C^c) \cdot P(C^c|B).$$

- b. (10) Izračunajte pogojno verjetnost, da bo kroglica izvlečena iz druge posode bela pri pogoju, da je bila kroglica, ki smo jo pogledali bela.

3. (20) Dane so tri poštene in neodvisne kocke. Hazarder stavi na določeno številko. Če se ta številka ne pojavi na nobeni izmed teh treh kock, izgubi en dolar. Če pa se številka, na katero stavi, pojavi na kateri od kock, dobi toliko dolarjev, kolikor je kock z njegovo številko. Dobiček oziroma izgubo našega hazarderja naj ponazarja slučajna spremenljivka  $X$ .

- a. (10) Napišite porazdelitev slučajne spremenljivke  $X$ .
- b. (5) Izračunajte  $E(X)$ .
- c. (5) Recimo, da ima naš hazarder na začetku le en dolar in da igra, dokler kaj ima. Naj bo  $N$  število iger, ki jih odigra naš hazarder. Igre so neodvisne. Izračunajte  $P(N = n)$  za  $n = 1, 2, 3$  in še  $P(N > 3)$ .

4. (20) Celoštevilka nenegativna slučajna spremenljivka  $N$  naj ima porazdelitev dano z

$$P(N = k) = -\frac{1}{\log(1-p)} \cdot \frac{p^k}{k}$$

za  $k = 1, 2, \dots$  in  $p \in (0, 1)$ .

- a. (10) Izračunajte rodovno funkcijo spremenljivke  $N$ .

*Namig:*  $\log(1+x) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{x^k}{k}$ .

- b. (10) Izračunajte matematično upanje in varianco spremenljivke  $N$ .

5. (20) Porazdelitev slučajnega vektorja  $(X, Y)$  je podana s tabelo:

	$Y = -1$	$Y = 0$	$Y = 1$
$X = -1$	0,1	0,2	0
$X = 0$	0	0,1	0,2
$X = 1$	0,3	0	0,1

a. (5) Sta slučajni spremenljivki  $X$  in  $Y$  neodvisni?

b. (15) Izračunajte  $E(X(X + Y) \mid X)$ .

6. (20) Na gimnazijo se je vpisalo 400 dijakov. Po dolgoletnih povprečjih je 5% nezadostnih, 25% zadostnih, 35% dobrih, 25% prav dobrih in 10% odličnih. Privzamemo seveda, da so dijaki neodvisni.

a. (10) Ocenite verjetnost, da bo letos več kot 11% odličnjakov.

b. (10) Ocenite verjetnost, da bo srednja ocena uspeha manjša od 3.