

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

ODDELEK ZA MATEMATIKO

STATISTIKA

PISNI IZPIT

30. JUNIJ 2000

IME IN PRIIMEK: _____

VPISSNA ŠT:

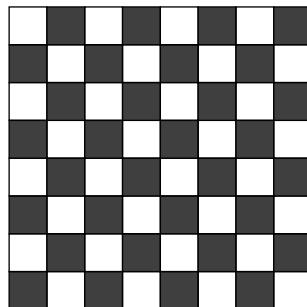
--	--	--	--	--	--	--	--

NAVODILA

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 6, na razpolago pa imate 120 minut.

Naloga	a.	b.	c.	d.	
1.					
2.			•	•	
3.			•	•	
4.				•	
5.				•	
6.			•	•	
Skupaj					

-
- 1.** (20) Na običajno šahovnico s 64 polji postavljamo figure. Figur med sabo ne ločimo.



- a. (10) Na koliko načinov lahko razpostavimo vseh 32 figur po šahovnici, če mora vsaka stati na svojem polju? Podajte samo formulo s fakultetami, ni pa potrebno izračunati dejanskega števila možnosti.
- b. (10) Na koliko načinov lahko razpostavimo 4 figure tako, da nobeni dve figuri ne bosta v isti vrsti ali v istem stolpcu na šahovnici.
- 2.** (20) V prvi posodi so 4 bele, 4 rdeče in 4 zelene kroglice, v drugi posodi pa so 3 rdeče in 6 zelenih. Najprej iz prve posode v drugo na slepo prenestimo eno kroglico. Nato drugo posodo premešamo in iz nje potegnemo kroglico.
- a. (10) Kolikšna je verjetnost, da je kroglica, ki smo jo potegnili iz druge posode, zelena?
- b. (10) Recimo, da je bila kroglica, ki smo jo potegnili iz druge posode, zelena. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je bila zelena tudi kroglica, ki smo jo potegnili iz prve posode?
- 3.** (20) Porazdelitev slučajne spremenljivke X je podana s predpisom:

$$P(X = k) = ck, \quad k = 1, 2, 3, 4, 5$$

- a. (5) Določite konstanto c .
- b. (15) Izračunajte $E(X)$ in $\text{var}(X)$.

- 4.** (20) Naj bodo X_1, X_2, \dots med sabo neodvisne slučajne spremenljivke z enako porazdelitvijo. Naj bo N celoštevilska in neodvisna od X_1, X_2, \dots . Na predavanjih smo dokazali, da je rodovna funkcija spremenljivke $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_N$ enaka

$$G_Y(s) = G_N(G_{X_1}(s)).$$

- a. (10) Naj bo $Y \sim \text{Geom}(\theta)$ za nek $\theta \in (0, 1)$ in naj bo tudi $N \sim \text{Geom}(p)$, pri čemer je $p > \theta$. Pokažite, da je

$$G_{X_1}(s) = \frac{\theta s}{\theta s + p - ps}.$$

- b. (10) Pokažite še, da je za $k = 1, 2, \dots$

$$P(X_1 = k) = \frac{\theta(p - \theta)^{k-1}}{p^k}$$

in poimenujte porazdelitev X_1 .

- 5.** (20) Porazdelitev slučajnega vektorja (X, Y) je podana s tabelo:

	$Y = 0$	$Y = 1$	$Y = 2$
$X = 0$	0,05	0,1	0,05
$X = 1$	0,1	?	?
$X = 2$?	?	?

- a. (10) Dopolnite tabelo tako, da bosta X in Y neodvisni, in določite robni porazdelitvi.

- b. (10) Izračunajte:

$$E\left(\frac{X}{Y+1}\right)$$

- 6.** (25) V podjetju HIT so v letu 1999 gostje igrali igro *Colore* 440.000-krat. Verjetnost za dobitek pri tej igri je $p = 0,00198079$.

- a. (5) Zanima nas število S_n dobitkov v 440.000 igrah. To število je kot vsota 440.000 neodvisnih slučajnih spremenljivk z vrednostma 0 in 1, torej $S_n = X_1 + \dots + X_n$, kjer je $P(X_i = 1) = p$ in $P(X_i = 0) = 1 - p$. Z uporabo centralnega limitnega izreka izračunajte približno verjetnost, da bo dobitkov 920 ali več.

Upoštevajte: $\Phi(1, 64) = 0, 95$.

- b. (15) Recimo, da je izplačilo pri dobitku enako $x > 0$. Če gost stavi enoto in stavo dobi, mu to enoto vrnejo in dodajo še x enot. Pokažite, da je ta dobitek lahko največ $x = 502$, če naj bo verjetnost, da bo hiša po 440.000 igrah imela izgubo največ 0,01?

Upoštevajte: $\Phi(-2, 33) = 0, 01$.