

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

ODDELEK ZA MATEMATIKO IN MEHANIKO

STATISTIKA

PISNI IZPIT

26. JUNIJ 2001

IME IN PRIIMEK: _____ VPISNA ŠT:

--	--	--	--	--	--	--	--

NAVODILA

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 6, na razpolago pa imate 120 minut.

Naloga	a.	b.	c.	
1.			•	
2.			•	
3.			•	
4.			•	
5.			•	
6.			•	
Skupaj				

- 1.** (20) Oče želi sinčku za darilo kupiti 6 avtomobilčkov. Vsi avtomobilčki so enakega tipa, razlikujejo se le po barvi.
- (10) Recimo, da lahko oče izbira med rdečimi, belimi in rumenimi avtomobilčki. Na koliko različnih načinov lahko sestavi darilo iz 6 avtomobilčkov, če je na razpolago poljubno mnogo avtomobilčkov vsake barve?
 - (10) Na koliko načinov lahko oče obdari sina, če je na razpolago le 5 rdečih, avtomobilčkov, ostalih dveh barv pa je na razpolago poljubno mnogo?
- 2.** (20) V modri škatli je 9 listkov označenih s številkami od 1 do 9, v rdeči škatli pa 5 listkov, označenih s števili od 1 do 5.
- (10) Iz vsake škatle potegnemo po en listič in iz dobljenih števk sestavimo dvomestno število, tako da je število iz prve škatle z enako verjetnostjo prva števka kot število iz druge škatle. Kolikšna je verjetnost, da bo tako sestavljeno število večje ali enako 50?
 - (10) Na slepo izberemo škatlo in iz nje potegnemo listek s sodo številko. Določi verjetnost, da smo listek potegnili iz modre škatle.

3. (20) Igralci A , B in C igrajo naslednjo igro: v posodi je a belih in b črnih kroglic. Igralci izbirajo kroglice naključno z vračanjem v vrstnem redu $ABCABC\dots$ ¹ Zmaga tisti igralec, ki prvi izbere belo kroglico.

- a. (10) Recimo, da je se začne nova "runda" vsakič, ko izbira A . Naj bo Y število rund, ki jih bodo igrali igralci, dokler nekdo od njih ne zmaga. Primer: če je bilo $ABCABCAB$ in je B prvi potegnil belo kroglico, je zmagal B v tretji rundi. Opišite porazdelitev Y .

Namig: $(1 - q)(1 + q + q^2) = 1 - q^3$.

- b. (10) Izračunajte verjetnosti za zmago za posamezne igralce.

4. (20) Berač na vogalu Beraške ulice berači vsak dan. Na dan pride mimo slučajno število N mimoidočih, kjer je N Poissonova slučajna spremenljivka s parametrom λ . Vsak mimoidoči da beraču novčič z verjetnostjo p , neodvisno od ostalih mimoidočih in njihovega števila. Označimo z I_k slučajno spremenljivko, ki ima vrednost 1, če k -ti mimoidoči beraču da novčič, sicer pa je 0. Vemo, da je

$$X = I_1 + I_2 + \dots + I_N,$$

kjer je X celotno število novčičev, ki jih bo zbral berač.

- a. (10) Kakšna je porazdelitev X ?
- b. (10) Recimo, da je nek drug dan $N \sim \text{Geom}(p)$, vsak mimoidoči pa da beraču tudi slučajno vsoto, ki je porazdeljena geometrijsko s parametrom ρ . Kakšna je zdaj porazdelitev X ?

¹Problem iz knjige Christian Huygens *De Raciociniis in Ludo Aleae*, 1657. Christian Huygens (1629-1695), nizozemski matematik.

5. (20) V posodi je r rdečih, s belih in t zelenih kroglic.
- (10) Iz posode izberemo n kroglic brez vračanja, torej mora biti $n \leq r + s + t$. Naj bo X število rdečih kroglic med n izbranimi, Y število belih in Z število zelenih. Izračunajte $E(X|Y)$.
 - (10) Izberimo zdaj n kroglic z vračanjem in definirajmo slučajne spremenljivke X , Y in Z podobno kot v a. Izračunajte $E(X|Y)$.
6. (20) Znani angleški statistik M. G. Kendall v svojem obsežnem članku *The Random Character of Stock Market Prices* pravi:

... dnevno zaporedje cen delnic zglada "blodeče", kot da bi nek škrat vsak dan naključno izbral število iz velike škatle, ki ima povprečje 0 in nek standardni odklon, in to izbrano število prištel ceni delnice prejšnjega dne.

Predpostavite, da je povprečje škatle res 0, standardni odklon pa 1. Razlika cene delnice na začetku leta in na koncu leta je tako enaka vsoti 365 naključno izbranih števil iz te škatle.

- (10) Recimo, da je bila cena delnice na začetku leta enaka 150 (v ustreznih enotah). Kolikšna je približno verjetnost, da bo na koncu vredna 160 ali več?
- (10) Nekdo vam ponuja naslednjo stavo: če bo cena delnice na koncu leta 110 ali več, ti plačam 20 enot, če ne pa ti meni plačaš 5 enot. Na začetku leta je vrednost delnice 100. Kaj menite o tej stavi?

Namig: Kolikšen je vaš pričakovan dobiček?