

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

ODDELEK ZA MATEMATIKO

STATISTIKA

PISNI IZPIT

10. JUNIJ 2004

IME IN PRIIMEK: _____

VPISNA ŠT:

NAVODILA

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 6, na razpolago pa imate 120 minut.

Naloga	a.	b.	c.	d.	
1.					
2.			•	•	
3.			•	•	
4.				•	
5.				•	
6.			•	•	
Skupaj					

1. (20) Na šahovsko ploščo, ki obsega 8×8 polj, mora vsak igralec postaviti 16 figur (in sicer po osem enakih kmetov, dva enaka skakača, dva lovca, dve trdnjavi ter po eno damo in kralja). Enakih figur ne razlikujemo med sabo.

- a. (5) Na koliko načinov lahko nevednež postavi teh 16 figur v prvi dve vrsti šahovnice?
- b. (5) Na koliko načinov lahko zgoraj omenjeni postavi 16 figur v dve dani vrsti na šahovnici (torej, da sta postavitvi figur v vrstah enaki), pri čemer enačimo damo s kraljem?
- c. (5) Na koliko načinov je moč teh 16 figur poljubno postaviti na šahovnico?
- d. (5) Na koliko načinov je mogoče 8 kmetov tako postaviti na šahovnico, da je v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu po en kmet?

2. (20) Dani sta dve pošteni igralni kocki. Njuna meta sta med seboj neodvisna. Za vsako naravno število n označimo z A_n dogodek, da je vsota pik na kockah deljiva z n .

- a. (10) Izračunajte verjetnost dogodka A_5 . Ali sta dogodka A_2 in A_5 neodvisna?
- b. (10) Določite pogojno verjetnost, da sta na prvi kocki padli dve piki, če veste, da je vsota pik deljiva s 5. Kolikšna je pogojna verjetnost, da so na prvi kocki padle štiri pike, če je vsota pik deljiva s 5.

3. (20) Dani sta vam naslednji igri na srečo:

IGRA A Vrzete pošteni igralni kocki in iz njiju sestavite večje od možnih dvomestnih števil ter stavite 1 \$. V primeru, da bo tako sestavljeno število večje ali enako 54, prejmete poleg povrnjene stave še 1 \$, v nasprotnem primeru ga izgubite.

IGRA B Vrzete pošteni igralni kocki in stavite 1 \$ na to, da bo vsota pik na kockah enaka 5. Če stavo dobite, prejmete 8 \$ (torej poleg vloženega še 7 \$), v nasprotnem izgubite vložen dolar.

- a. (5) Kolikšna je verjetnost, da bo sestavljeno število iz igre A večje ali enako 54? Kolikšna je verjetnost, da bo vsota pik enaka 5 v igri B ?
- b. (15) Katero izmed obeh iger bi raje igrali? Odgovor utemeljite.

4. (20) Pri prvi izdaji knjige se na vsaki od strani z verjetnostjo 0,1 pojavi tiskarska napaka, neodvisno od ostalih strani v knjigi. Naj bo I_i indikator, ki pove, če se je na posamezni strani v knjigi pojavila napaka, torej

$$I_i = \begin{cases} 1, & \text{če je na } i\text{-ti strani v knjigi napaka,} \\ 0, & \text{sicer.} \end{cases}$$

- (5) Določite $E(I_1)$ in $\text{var}(I_1)$.
- (5) Določite rodovno funkcijo slučajne spremenljivke, ki pove število tiskarskih napak v knjigi s 400 stranmi.
- (10) S pomočjo centralnega limitnega izreka določite verjetnost, da se v tej knjigi pojavi vsaj 35 napak.

5. (20) Slučajni spremenljivki X in Y imata porazdelitev dano s predpisom

$$P(X = k, Y = l) = \frac{1}{2004(2004 - k)}$$

za $k = 1, \dots, 2003$ in $l = 1, \dots, 2004 - k$ in

$$P(X = 2004, Y = 0) = \frac{1}{2004}.$$

- (5) Izračunajte robno porazdelitev slučajne spremenljivke X .
- (5) Izračunajte $E(Y|X = k)$ za vse $k = 1, \dots, 2003, 2004$.
- (10) Izračunajte še $E(Y)$.

6. (20) Iz populacije vseh zaposlenih ljudi v Sloveniji smo izbrali enostavni slučajni vzorec velikosti $n = 400$. V vzorcu je bilo 27 % ljudi, ki še nikoli niso zamenjali delovnega mesta.

- (10) Določite verjetnost, da dejansko manj kot 25 % ljudi v Sloveniji še nikoli ni menjalo delovnega mesta. Korekcijski faktor zanemarite.
- (10) Določite še verjetnost, da se dejanski odstotek ljudi, ki še niso menjali delovnega mesta, razlikuje od dobljenega odstotka za več kot 3 %.