

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

ODDELEK ZA MATEMATIKO

STATISTIKA

PISNI IZPIT

24. JUNIJ 2004

IME IN PRIIMEK: _____

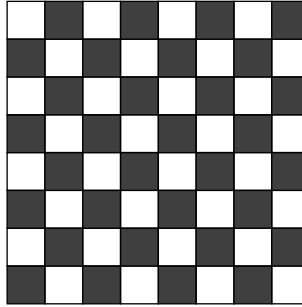
VPISNA ŠT:

NAVODILA

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 6, na razpolago pa imate 120 minut.

Naloga	a.	b.	
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			
Skupaj			

1. (20) Predpostavite, da se trdnjava na šahovnici na sliki lahko giblje samo po eno polje v desno ali po eno polje navzgor. Trdnjava začne v levem spodnjem kotu.



- a. (10) Na koliko načinov lahko trdnjava pride iz spodnjega levega kota v zgornji desni kot, če se lahko, kot rečeno, vsakič premakne le za eno polje v desno ali eno polje navzgor?
- b. (10) Privzemite, da se trdnjava lahko giblje samo v desno ali navzgor, vendar s poljubno velikimi koraki (ne samo vsakič za eno polje). Na vsakem koraku se mora trdnjava premakniti za vsaj eno polje. Na koliko načinov lahko pride iz spodnjega levega v zgornji desni kot?

Namig: Računajte najprej za k premikov v desno in l navzgor, kjer je $1 \leq k \leq 7$ in $1 \leq l \leq 7$.

2. (20) Igralec A vrže pošteno igralno kocko. Zatem igralec B vrže kocko tolikokrat, kolikor pik je padlo igralcu A.

a. (10) Kolikšna je verjetnost, da je med vsemi meti padla vsaj ena šestica?

b. (10) Kolikšna je verjetnost, da je igralcu A padla trojka, če je skupno število točk, ki jih je zbral B v svojih metih, enako 4.

3. (20) V bobnu se nahaja n rdečih, n zelenih in n belih kroglic, $n \in \mathbb{N}$. Na slepo iz dobro premešanega bobna izberemo $2n$ kroglic. Pri tem nam naj slučajne spremenljivke X , Z in Y zaporedoma povejo število rdečih, zelenih in belih kroglic v našem izboru.

a. (10) Določite $P(Z = X + Y)$.

b. (10) Določite porazdelitve slučajnih spremenljivk X , Z in Y ter njihova matematična upanja.

4. (20) Oglejte si naslednjo varianto procesa razvejanja: na začetku imamo eno celico. Po geometrijskem času s s parametrom p se bo ta celica razdelila na dve neodvisno od ostalih celic. Vse celice se bodo potem delile naprej po enakem načelu. Označite število celic v trenutku n z Z_n in rodovno funkcijo slučajne spremenljivke Z_n z $G_n(s)$. Velja $G_0(s) = s$ in

$$G_{n+1}(s) = G_n(s(q + ps)),$$

kjer je $q = 1 - p$.

a. (10) Izračunajte $P(Z_2 = 3)$.

b. (10) Pokažite, da je $E(Z_0) = 1$ in $E(Z_n) = (1 + p)^n$.

5. (20) Na razpolago imamo pošteno igralno kocko in vrečo enakih nepoštenih kovancev, za katere je verjetnost, da na njih pade grb, enaka p . Najprej vržemo kocko in označimo z X število padlih pik. Nato iz vreče vzamemo X kovancev in jih vržemo na mizo. Pri tem so meti kovancev med seboj neodvisni. Naj slučajna spremenljivka Y pove število grbov, ki jih vidimo na mizi.

a. (10) Zapišite tabelo porazdelitve vektorja (X, Y) .

b. (10) Izračunajte $E(X)$ ter $E(X|Y = 0)$.

6. (20) Vržete pošteni igralni kocki in iz njih sestavite večje od možnih dvomestnih števil (z drugimi besedami, večje od obeh padlih pik postavite za desetice, manjše za enice) in stavite 1 \$. V primeru, da bo tako sestavljeno število večje ali enako 54, prejmete poleg povrnjene stave še 1 \$, v nasprotnem primeru ga izgubite. Označimo z X_1 slučajno spremenljivko, ki pove dobiček pri eni sami opisani igri.

a. (10) Določite $E(X_1)$ in $\text{var}(X_1)$.

b. (10) Določite verjetnost, da imate po 300 odigranih igrah dobiček.

