

# Izpit iz statistike

Praktična matematika

1. junij 2007

1. (20) Imamo 3 množice cifer:  $A := \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B := \{3, 5, 7\}$  in  $C := \{0, 3, 9\}$ .
  - a. (5) Koliko je vseh različnih osemstestnih števil, sestavljenih iz cifer množic  $A$  in  $B$ ? Vsaka cifra se lahko ponovi natanko tolikokrat, v kolikor množicah je vsebovana.
  - b. (5) Koliko je vseh različnih enajstestnih števil, sestavljenih iz cifer množic  $A$ ,  $B$  in  $C$ ? Pri tem se neka cifra lahko ponovi natanko tolikokrat, v kolikor množicah je vsebovana.
  - c. (10) Koliko je vseh različnih trestestnih števil, sestavljenih iz cifer množic  $A$  in  $B$ ? Pri tem se neka cifra lahko ponovi natanko tolikokrat, v kolikor množicah je vsebovana.
  
2. (20) Na srečelovu imajo srečke spravljene v dveh vrečkah. V prvi vrečki v vsakem trenutku zadene 30% srečk, v drugi pa 60%. Za vplačanim zneskom vedno najprej vržemo pošteno igralno kocko. Če pade enica, moramo izvleči dve srečki iz prve vrečke, če pade katerokoli drugo število pik, moramo izvleči dve srečki iz druge vrečke.
  - a. (10) Določi verjetnost, da pri vplačnem znesku za dve srečki (in enem metu kocke), zadanemo na obe srečki.
  - b. (10) Naš soseda na levi je izvlekel eno prazno in eno polno srečko. Določi verjetnost, da je na kocki vrgel enico.
  
3. (20) Užaljeni A je ljubimcu B svoje žene napovedal dvoboj. Pravila za dvoboj so naslednja: A in B bosta izmenično streljala eden na drugega, dokler ne bo nekdo od njiju zadet. Privzemite, da so posamezni streli med seboj neodvisni, A zadene z verjetnostjo  $a$  in B zadene z verjetnostjo  $b$ .
  - a. (10) Recimo, da začne streljati A. Kolikšna je verjetnost, da se bo A uspešno maščeval?  
*Namig: Izrazite dogodek, da A zmaga, z dogodki*  
$$A_k = \{A \text{ zadene prvi v svojem } k\text{-tem poskusu}\}.$$
  - b. (10) Naj bo  $X$  celotno število strelav, vključno z zadnjim. Izračunajte porazdelitev slučajne spremenljivke  $X$  in njeno matematično upanje. Privzemite, da je začel streljati A.
  
4. (20) Naj bo  $Z_0, Z_1, Z_2, \dots$  proces razvejanja, in naj bo  $\eta = P(\cup_n \{Z_n = 0\})$  verjetnost, da proces "izumre".

a. (10) Porazdelitev slučajnega števila potomcev naj ima rodovno funkcijo  $G(s) = q + ps^2$  z  $0 < p < 1$  in  $q = 1 - p$ . S pomočjo rodovnih funkcij izračunajte verjetnost, da proces izumre pred 3. generacijo, torej da v 3. generaciji ni več nikogar.

b. (10) Za katere  $p \in (0, 1)$  ima proces pozitivno verjetnost, da preživi?

5. (20) Porazdelitev slučajnih spremenljivk  $X$  in  $Y$  je dana s tabelo:

$Y \setminus X$	1	2	3
1	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$	0
2	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	0
3	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{b}{24}$
4	$\frac{1}{24}$	$\frac{a}{24}$	$\frac{c}{24}$

a. (10) Določite število  $a$  tako, da bo  $E(Y|X = 2) = 3$ .

b. (10) Določite števila  $a, b$  in  $c$  tako, da bo  $E(Y|X) = X + 1$ .

6. (20) Zdolgočaseni statistik je  $n$ -krat z vračanjem izbiral lističe iz spodnjih škatel. Števila na izbranih lističih je označil z  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , njihovo vsoto pa z  $S_n$ .

(i) 

-1	0	1
----	---	---

(ii) 

-1	0	0	0	0	0	0	0	1
----	---	---	---	---	---	---	---	---

a. (10) Statistik je izračunal

$$P(-30 \leq S_{1000} \leq 30) \doteq 0.96.$$

Za katero od škatel je računal verjetnosti? Utemeljite odgovor.

b. (10) Statistik je izračunal  $P(S_{100} = 0) \doteq 0.049$ . Katero škatlo je obravnaval?