

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

ODDELEK ZA MATEMATIKO

STATISTIKA

PISNI IZPIT

15. SEPTEMBER 2004

IME IN PRIIMEK: _____

VPISNA ŠT:

NAVODILA

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 6, na razpolago pa imate 120 minut.

Naloga	a.	b.	c.	d.	
1.					
2.			•	•	
3.			•	•	
4.				•	
5.				•	
6.			•	•	
Skupaj					

1. (20) Na listku običajne Športne napovedi je zapisanih 13 parov, običajno nogometnih derbijev. Pri vsakem paru moramo zapisati enega od treh možnih izidov, in sicer zmago prvega tekmovalnega moštva napovemo z označeno številko 1, neodločen izid z označeno številko 0 in zmago drugega tekmovalnega moštva z označeno številko 2. Denimo, da vedno izpolnjujemo celotni listek vseh 13 tekem.

- a. (5) Na koliko načinov je mogoče izpolniti listek?
- b. (5) Na koliko načinov lahko uganemo 12 izidov tekem?
- c. (5) Na koliko načinov lahko uganemo vsaj 10 izidov tekem?
- d. (5) Koliko listkov moramo najmanj izpolniti, da imamo med njimi vsaj 4 pravilno napovedane izide tekem?

2. (20) Dva radarja odkrivata sovražna letala. Prvi radar odkrije sovražno letalo z verjetnostjo p , drugi pa z verjetnostjo q . Vsak radar odkrije posamezno letalo neodvisno od drugih letal in tudi neodvisno od drugega radarja. V območje radarskega nadzora priletijo tri sovražna letala.

- a. (10) Kolikšna je verjetnost, da je neko letalo odkrito z radarjema? Kolikšna je verjetnost, da vsaj enega izmed letal ne odkrije noben radar?
- b. (10) Recimo, da so vsa letala odkrita. Kolikšna je pogojna verjetnost, da drugi radar ni odkril nobenega?

3. (20) Kot vložek v igro morate plačati 1000 SIT. Nato vam vržejo 3 poštene igralne kocke. V primeru, da pade ena petica, vam izplačajo 1000 SIT, če padeta dve petici, vam izplačajo 2000 SIT, v primeru, da na vseh treh kockah padejo petice, pa vam izplačajo x SIT. Označite z X dobiček v eni igri.

- a. (10) Denimo, da je $x = 7000$. Določite porazdelitev in matematično upanje slučajne spremenljivke X .
- b. (10) Kakšen mora biti x , da bo igra za vas ugodna?

4. (20) Naj bo K kvadrat s stranico 1 in naključno izberimo točko T v kvadratu. Naj bo slučajna spremenljivka X razdalja točke T do njej najbližje stranice.

- (10) Poiščite gostoto slučajne spremenljivke X .
- (10) Določite še upanje slučajne spremenljivke X in tak z , da bo $P(X \leq z) = P(X \geq z)$.

5. (20) Za rodovne funkcije G_0, G_1, G_2, \dots slučajnih spremenljivk X_0, X_1, X_2, \dots naj velja rekurzivna zveza

$$G_0(s) = s \quad \text{in} \quad G_{n+1}(s) = sF(G_n(s)),$$

kjer je $F(s) = \frac{1}{2}(1 + s^2)$.

- (10) Poiščite porazdelitev slučajne spremenljivke X_2 .
- (10) Pokažite, da velja rekurzivna formula $E(X_{n+1}) = E(X_n) + 1$ in nato z indukcijo pokažite, da velja $E(X_{n+1}) = n + 1$.

6. (20) Zdolgočaseni statistik je n -krat z vračanjem izbiral lističe iz spodnjih škatel. Števila na izbranih lističih je označil z X_1, X_2, \dots, X_n , njihovo vsoto pa z S_n .

(i) $\boxed{-1} \quad \boxed{0} \quad \boxed{1}$

(ii) $\boxed{-1} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{1}$

- (10) Statistik je izračunal

$$P(-30 \leq S_{1000} \leq 30) \approx 0,96.$$

Za katero od škatel je računal verjetnosti? Utemeljite odgovor.

- (10) Statistik je izračunal $P(S_{100} = 0) \approx 0,049$. Katero škatlo je obravnaval?