

TEST IZ STATISTIKE (PRAKTIČNA MATEMATIKA)

DATUM: 12. 9. 2011

ČAS REŠEVANJA JE 90 MINUT.

- (a) Kaj pravi centralni limitni izrek (CLI)? Kako je treba definirati zaporedje slučajnih spremenljivk, da lahko iz CLI izpeljemo Laplaceovo integralsko formulo?
(b) Pošteno kocko vržemo n -krat. Naj slučajna spremenljivka S_n pomeni število metov, ko je padlo sodo število pik. Izračunaj limito

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(2S_n \leq n)$$

Izrazi vrednost limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(2S_n \leq n + \sqrt{n})$$

kot določeni integral primerne funkcije.

- (a) Kdaj je vzorčna statistika Y nepristranska cenilka parametra ξ ? Kdaj je dosledna cenilka?
(b) Pokaži, da je vzorčno povprečje

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

nepristranska in dosledna cenilka za sredino populacije μ .

- (a) Naj ima slučajna spremenljivka X eksponentno porazdelitev s parametrom $\lambda > 0$, tj. zvezno porazdelitev z gostoto

$$p(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , \quad \text{če je } x > 0, \\ 0 & , \quad \text{sicer.} \end{cases}$$

Izračunaj njeno matematično upanje!

- (b) Po metodi maksimalne zanesljivosti določi cenilko za parameter λ . Pokaži, da dobimo isto cenilko tudi z metodo momentov.
- (a) Naj bo slučajna spremenljivka na populaciji porazdeljena normalno $N(\mu, \sigma)$, kjer sta μ in σ neznana parametra. S katerim testom preskušamo hipotezo $H_0(\mu = 0)$. Kaj je testna statistika T ? Vse slučajne spremenljivke, ki se pojavijo v njeni definiciji, izrazi z vzorcem (X_1, X_2, \dots, X_n) .
(b) Skiciraj graf gostote porazdelitve T in na njem v primeru dvostranskega testa označi kritično območje pri dani stopnji značilnosti $\alpha > 0$. Kaj pomeni na grafu stopnja značilnosti α ? Kakšno vrednost mora zavzeti testna statistika na vzorcu, da hipotezo H_0 zavrnamo? Na grafu izberi eno tako vrednost in razloži, kaj je tedaj P -vrednost?